

# DISTRIBUIRANI ALGORITMI I SISTEMI

# Nemogućnost asinhronog konsenzusa (1 / 2)

2

- Pokazati nemogućnost za read/write deljenu memoriju sa  $n$  procesora i  $n - 1$  otkaza
  - ▣ dokazati direktno: lako jer ima mnogo otkaza
  - ▣ implicira da ne postoji alg. za 2-proc i 1 otkaz
- Pokazati nemogućnost za r/w deljenu memoriju sa  $n$  proc. i 1 otkazom. Dva pristupa:
  - ▣ Redukcija: koristiti hipotetički alg. za  $n$ -proc i 1 otkaz kao podprogram za projektovanje alg. za 2-proc i 1 otkaz
  - ▣ Direktno: Slične ideje kao za slučaj  $n - 1$  otkaza

# Nemogućnost asinhronog konsenzusa (2/2)

3

- Pokazati nemogućnost za sis. sa slanjem poruka sa  $n$  procesora i 1 otkazom. Dva pristupa:
  - ▣ Redukcija: Koristiti hipotetički alg. sa slanjem poruka za  $n$  proc. i 1 otkazom kao podprog. za projektovanje alg. sa deljenom memorijom za  $n$  proc. i 1 otkazom. To vodi do kontradikcije sa predhodnim rezultatom.
  - ▣ Direktno: Koristiti slične ideje kao za sl. deljene memorije, pojačane rukovanjem porukama. (Istorijski, ova verzija je prva dokazana.)

# Model asinhronog sistema sa otkazima tipa ispada

4

- Neka je  $f$  maks. broj procesora u otkazu.
- Za SM i MP: Svi osim  $f$  procesora moraju izvesti beskonačan br. koraka u prihvatljivom izvršenju.
- Za MP: Takođe zahteva da sve poruke poslate ka ispravnom procesoru moraju biti nekada konačno isporučene, osim onih poslatih od proc. u otkazu, u njegovom zadnjem koraku, koje mogu a ne moraju biti isporučene.

# Algoritmi oslobođeni čekanja (Wait-Free, WF)

5

- Alg. za  $n$  procesora je **WF** alg. ako toleriše  $n - 1$  otkaza.
- Intuicija je da ispravan procesor ne čeka na druge procesore da nešto urade: on to ne može, jer on može biti jedini procesor koji je ostao aktivan.
- Prvi rezultat je da ne postoji WF alg. konsenzusa za asinhron model sa  $r/w$  deljenom memorijom.

# Nemogućnost WF konsenzusa

6

- Pred. radi kontradikcije da postoji algoritam za  $n$  procesora i  $n - 1$  otkaza u asinhronom modelu sa read/write deljenom memorijom.
- Dokaz je sličan onom da je potrebno  $f + 1$  rundi u sinhronom modelu sa slanjem poruka.



# Izmenjene definicije valenci

7

- U dokazu donje granice za broj rundi, valenca se odnosila na odluke koje su dostupne u prihvatljivim izvršenjima sa *retkim otkazima*.
- U ovom dokazu nas interesuju odluke koje su dostupne u *bilo kom* prihvatljivom izvršenju (za asinhron model sa deljenom memorijom, prihvatljivo je do  $n - 1$  otkaza).

# Univalentna sličnost

8

**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične* za  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.

**Dokaz:**



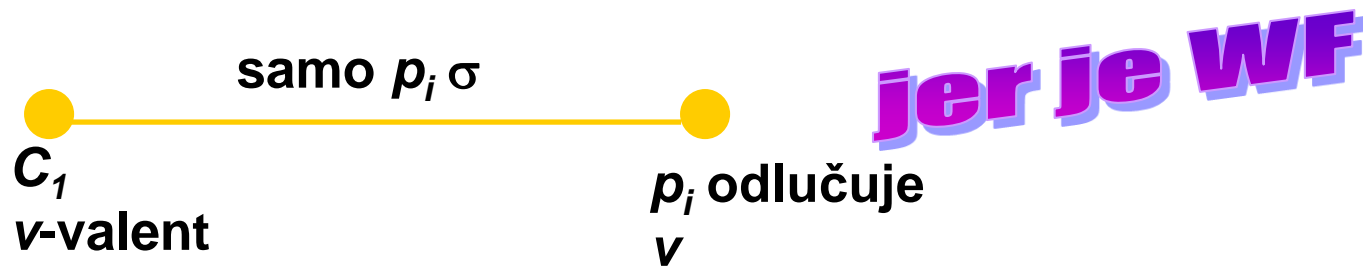


# Univalentna sličnost

8

**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične* za  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.

**Dokaz:**

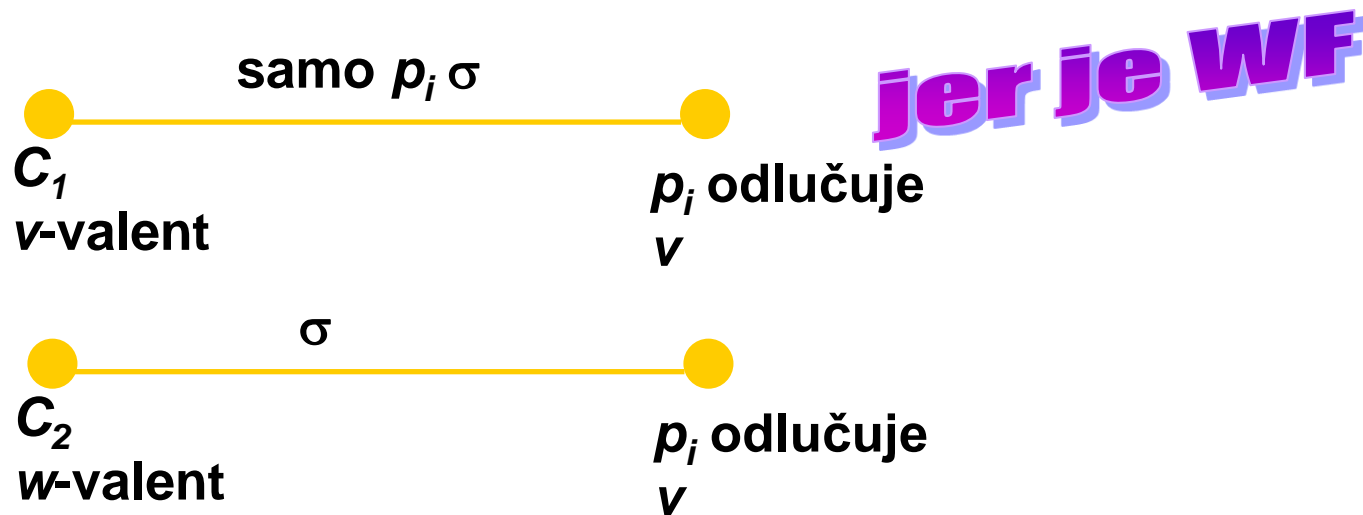


# Univalentna sličnost

8

**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične* za  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.

**Dokaz:**

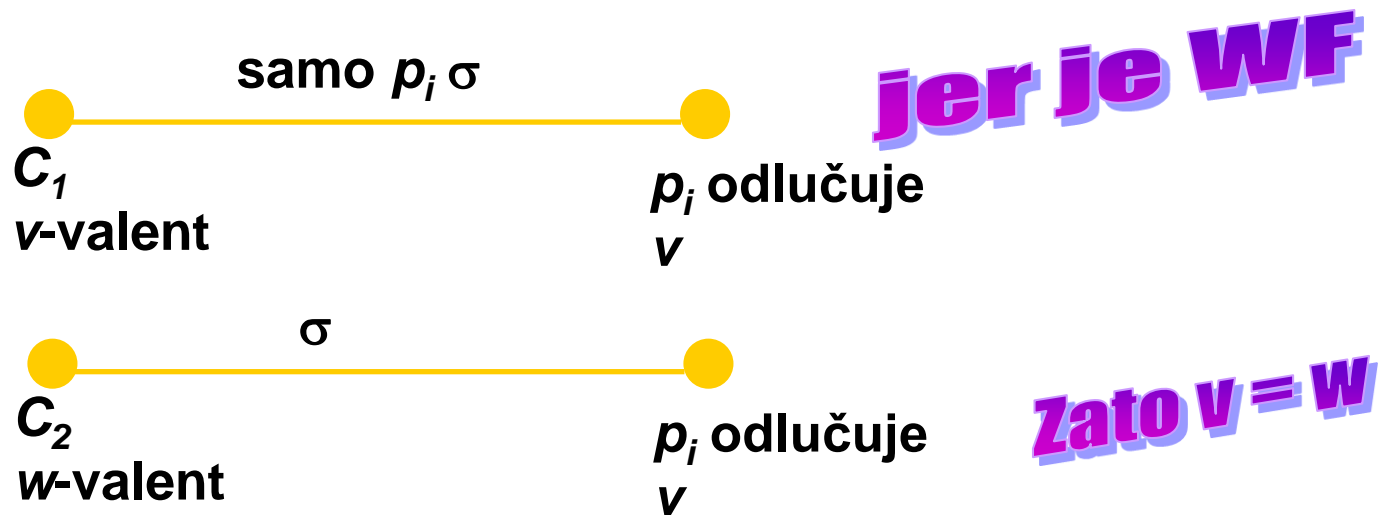


# Univalentna sličnost

8

**Lema (10.15):** Ako su  $C_1$  i  $C_2$  univalentne i *slične* za  $p_i$  (stanje deljene memorije je isto, i lokalno stanje od  $p_i$  je isto), onda one imaju istu valencu.

**Dokaz:**



# Bivalentna početna konfiguracija

9

**Lema (10.16):** Postoji bivalentna početna konfiguracija.

Dokaz je sličan dokazu za  $f + 1$  donju granicu za broj rundi u sinhronom modelu.

# Kritičan procesor (1 / 4)

10

**Def:** Ako je  $C$  bivalentna i  $i(C)$  (rezultat kad  $p_i$  izvodi jedan korak) je univalentna, onda je  $p_i$  **kritičan** u  $C$ .

**Lema (10.17):** Ako je  $C$  bivalentna, onda bar jedan procesor nije kritičan u  $C$ , tj., postoji bivalentno proširenje.

**Dokaz:** Pred. radi kontradikcije da su svi procesori kritični.

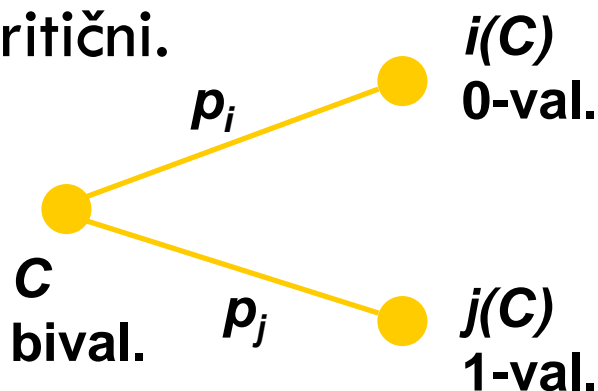
# Kritičan procesor (1 / 4)

10

**Def:** Ako je  $C$  bivalentna i  $i(C)$  (rezultat kad  $p_i$  izvodi jedan korak) je univalentna, onda je  $p_i$  **kritičan** u  $C$ .

**Lema (10.17):** Ako je  $C$  bivalentna, onda bar jedan procesor nije kritičan u  $C$ , tj., postoji bivalentno proširenje.

**Dokaz:** Pred. radi kontradikcije da su svi procesori kritični.

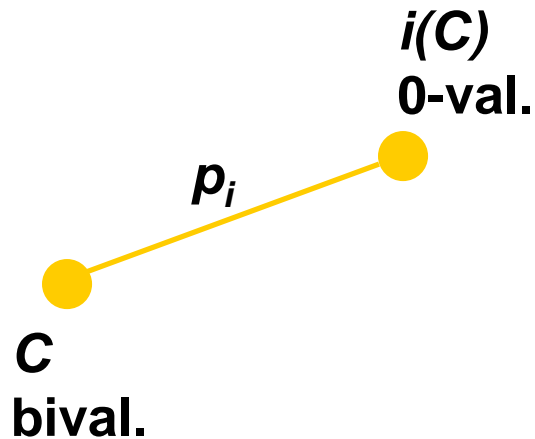


Dalje sledi analiza slučajeva za varijacije dva koraka  $p_i$  i  $p_j$

# Kritičan procesor (2/4)

11

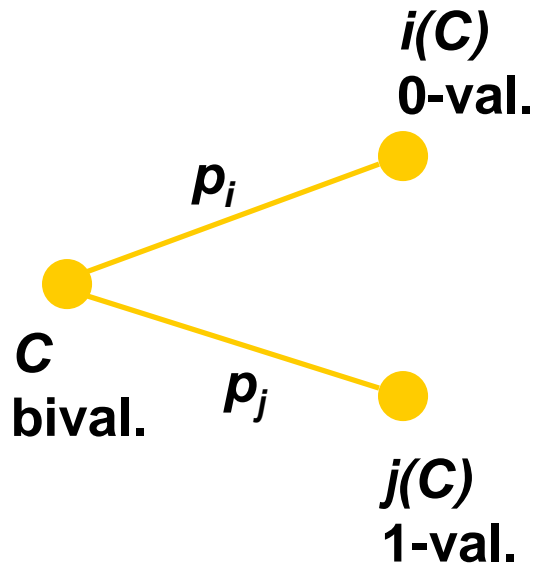
*Slučaj 1*:  $p_i$  i  $p_j$  pristupaju različitim registrima.



# Kritičan procesor (2/4)

11

*Slučaj 1*:  $p_i$  i  $p_j$  pristupaju različitim registrima.

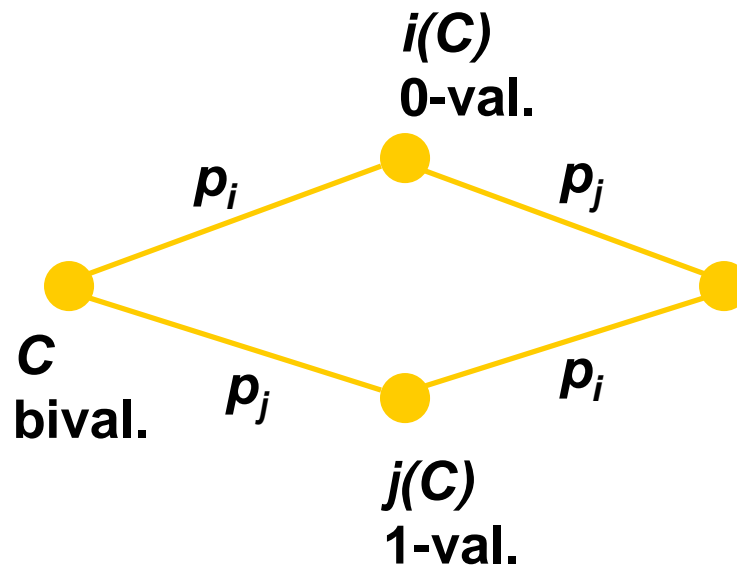




# Kritičan procesor (2/4)

11

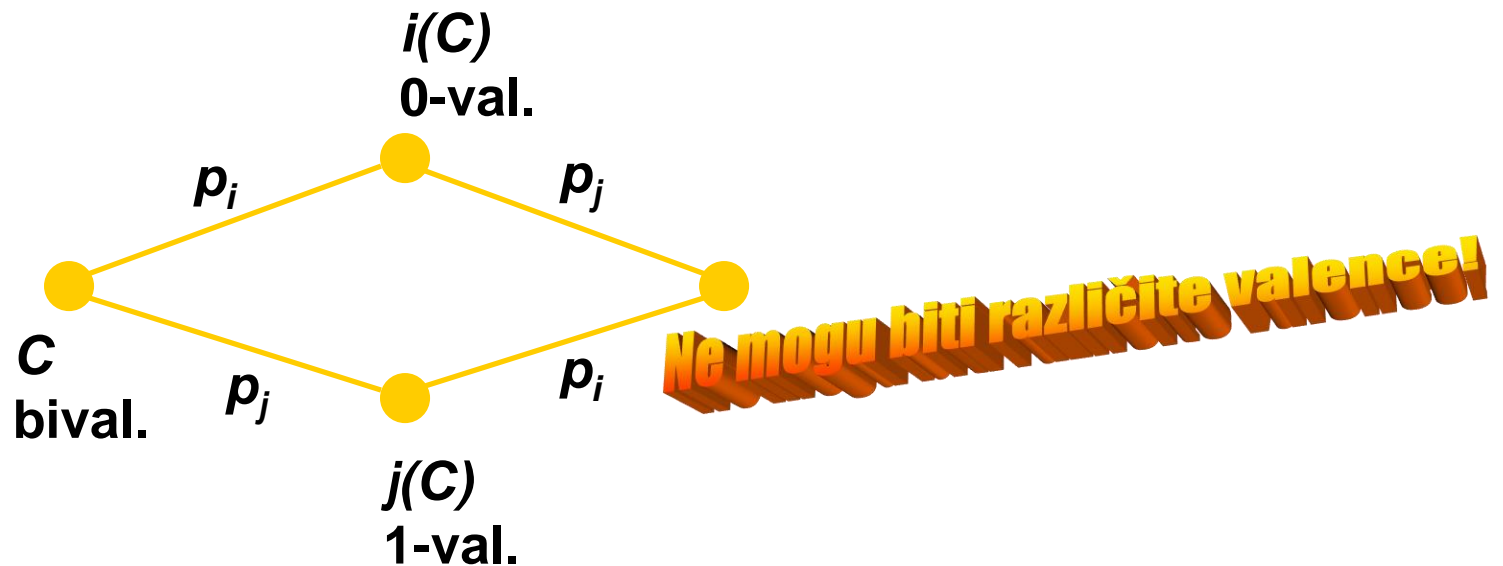
*Slučaj 1*:  $p_i$  i  $p_j$  pristupaju različitim registrima.



# Kritičan procesor (2/4)

11

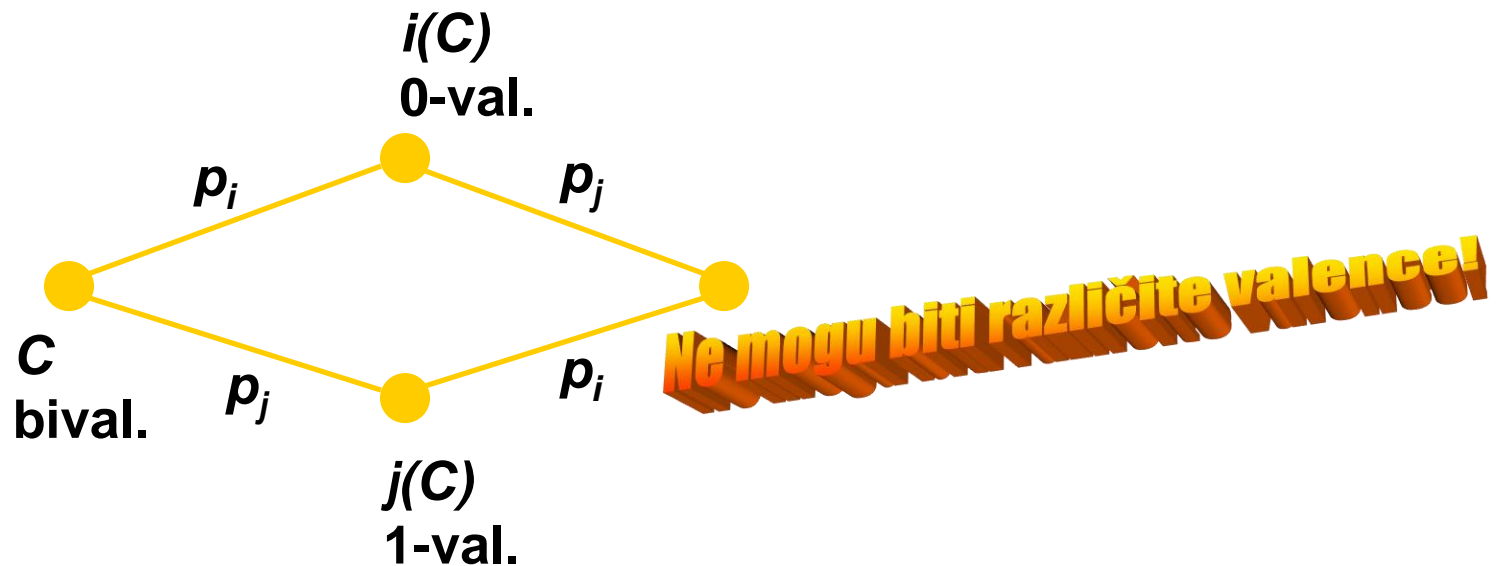
Slučaj 1:  $p_i$  i  $p_j$  pristupaju različitim registrima.



# Kritičan procesor (2/4)

11

*Slučaj 1:  $p_i$  i  $p_j$  pristupaju različitim registrima.*

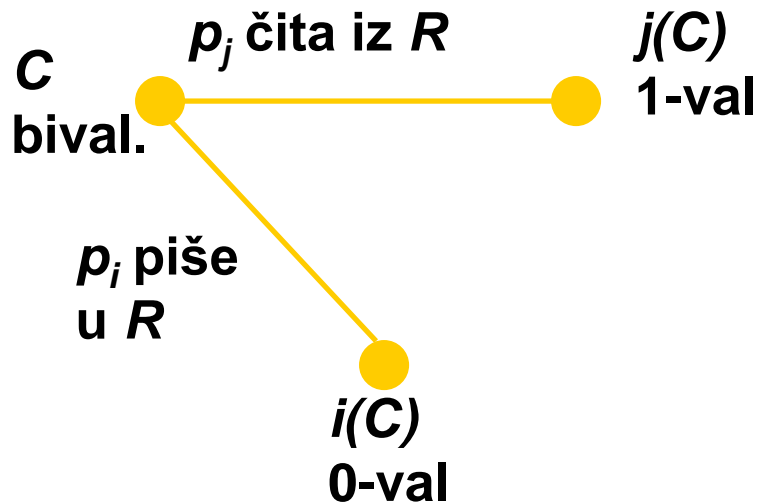


*Slučaj 2:  $p_i$  i  $p_j$  čitaju isti registar. Isti dokaz.*

# Kritičan procesor (3/4)

12

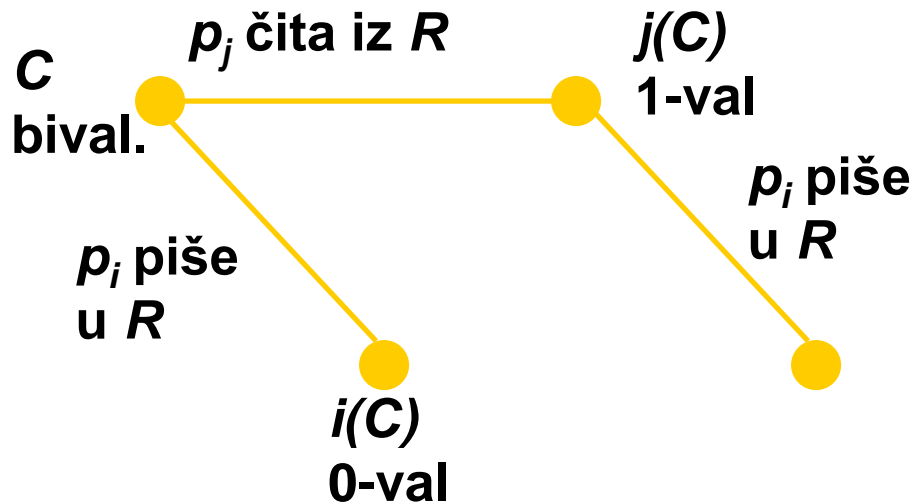
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar  $R$  a  $p_j$  čita iz  $R$ .



# Kritičan procesor (3/4)

12

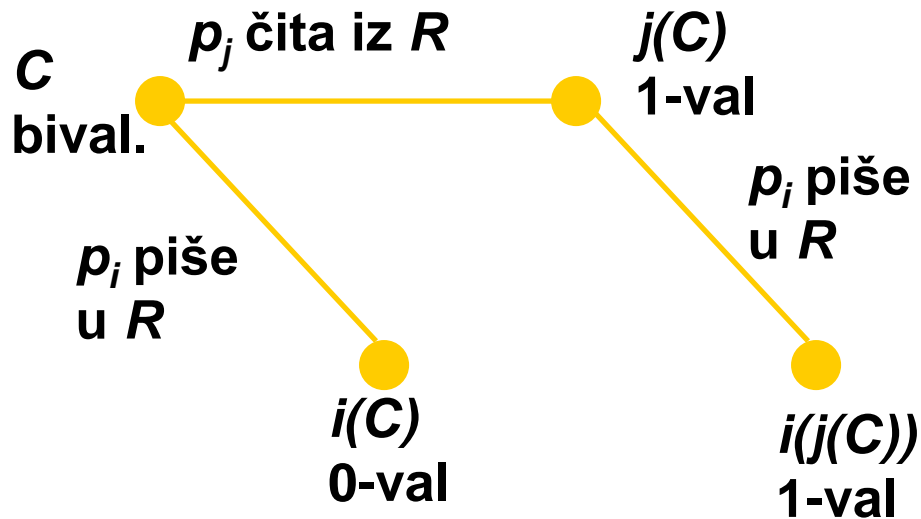
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar  $R$  a  $p_j$  čita iz  $R$ .



# Kritičan procesor (3/4)

12

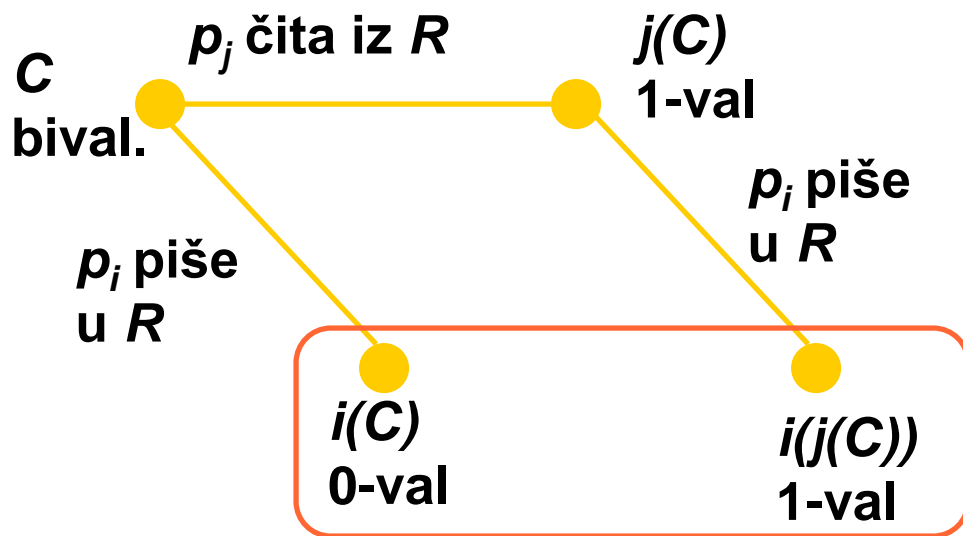
Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar  $R$  a  $p_j$  čita iz  $R$ .



# Kritičan procesor (3/4)

12

Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar  $R$  a  $p_j$  čita iz  $R$ .

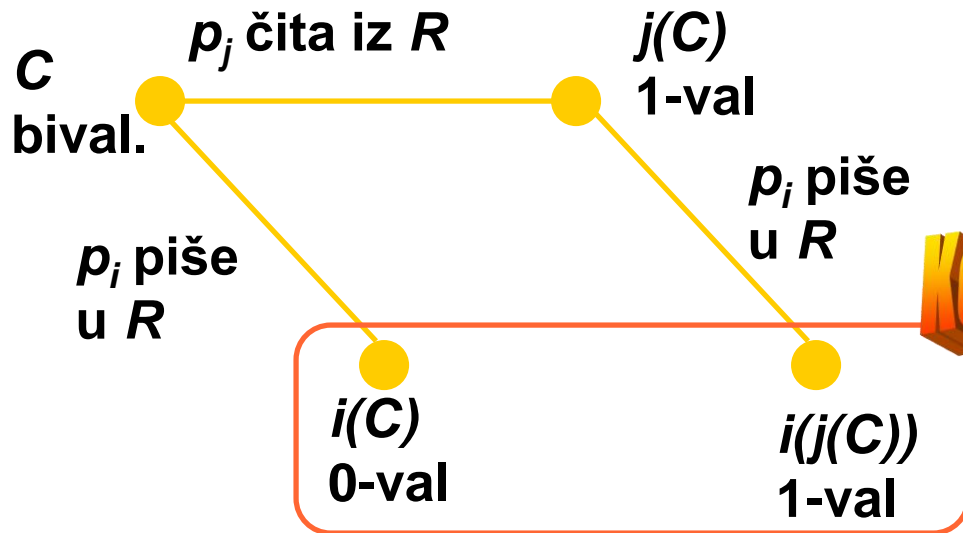


slične za  $p_i$

# Kritičan procesor (3/4)

12

Slučaj 3:  $p_i$  piše u registar  $R$  a  $p_j$  čita iz  $R$ .



**Kontradik. sa lemom o univalentnoj sličnosti**



# Kritičan procesor (4/4)

13

*Slučaj 4:* Šta ako  $p_i$  i  $p_j$  pišu u istu deljenu promenljivu?

- Možemo „uprostiti“ problem sa pred. da postoje samo deljene prom. u koje piše samo jedan proc.
- Ili, možemo izvesti dokaz sličan dokazu za slučaj 3.

# Završetak dokaza nemogućnosti...

14

- Napravimo prihvatljivo izvr.  $C_0, i_1, C_1, i_2, C_2, \dots$  u kom su sve konfiguracije bivalentne.
  - dovodi do kontradikcije sa zahtevom za završetak
- Počnimo sa bivalentnom početnom konfig.
- Pred. da postoji bivalentna  $C_k$ .

Da bi dobili bivalentnu  $C_{k+1}$ :

- Neka je  $p_i$  procesor koji nije kritičan u  $C_k$ .
- Neka  $C_{k+1}$  bude  $i_{k+1}(C_k)$ .

# Nemogućnost 1-elastičnog konsenzusa: Ideja redukcije

15

Čak i ako broj ispravnih proc. postane dominantan, konsenzus se i dalje ne može rešiti u asinhronom SM (sa read/write registrima).

1. Pred. da postoji algoritam  $A$  za  $n$  procesora i 1 otkaz.
2. Uzmimo  $A$  kao podprogram u projektovanju algoritma  $A'$  za 2 procesora i 1 otkaz.
3. Ali, upravo smo dokazali da takav  $A'$  ne postoji.
4. Zato ni  $A$  ne postoji.

# Nemogućnost 1-elastičnog konsenzusa: Ideja direktnog dokaza

16

- Pred. radi kontradik. da postoji takav algoritam.
- Strategija: Konstruisati prihvatljivo izvršenje (sa najviše 1 otkazom) koje se nikad ne završava:
  - ▣ Pokazati da postoji bivalentna početna konfiguracija
  - ▣ Pokazati kako ići od jedne bivalentne konfig do druge, zauvek (tako da se nikad ne završava)
- Tehnički teži dokaz, jer pri konstruisanju ovog izvršenja, ne može otkazati više od jednog procesora.

# Nemogućnost konsenzusa u modelu sa slanjem poruka: Redukcija

17

## Strategija:

1. Pred. da postoji 1-elastičan alg. konsenzusa  $A$  za  $n$ -proc u asinhronom modelu sa slanjem por.
2. Uzmimo  $A$  kao podprogram u projektovanju 1-elastičnog algoritma konsenzusa  $A'$  za  $n$ -proc. u asinhronom modelu sa deljenom memorijom (sa read/write prom.).
3. Ali, već smo dokazali da  $A'$  ne postoji.
4. Zato ni  $A$  ne postoji.

# Nemogućnost konsenzusa u modelu sa slanjem poruka

18

*Ideja za  $A'$ :*

- Simulirati kanale poruka sa read/write registrima.
- Onda postaviti alg.  $A$  na vrh ovih simuliranih kanala.

*Za simulaciju kanala od  $p_i$  do  $p_j$ :*

- Uzmimo jedan registar za sekvencu poruka poslatih preko ovog kanala
- $p_i$  „šalje“ poruku  $m$  upisom stare vrednosti registra na koju se doda  $m$
- $p_j$  „prima“ poruku čitanjem registra i proverom novih poruka na kraju pročitane vrednosti