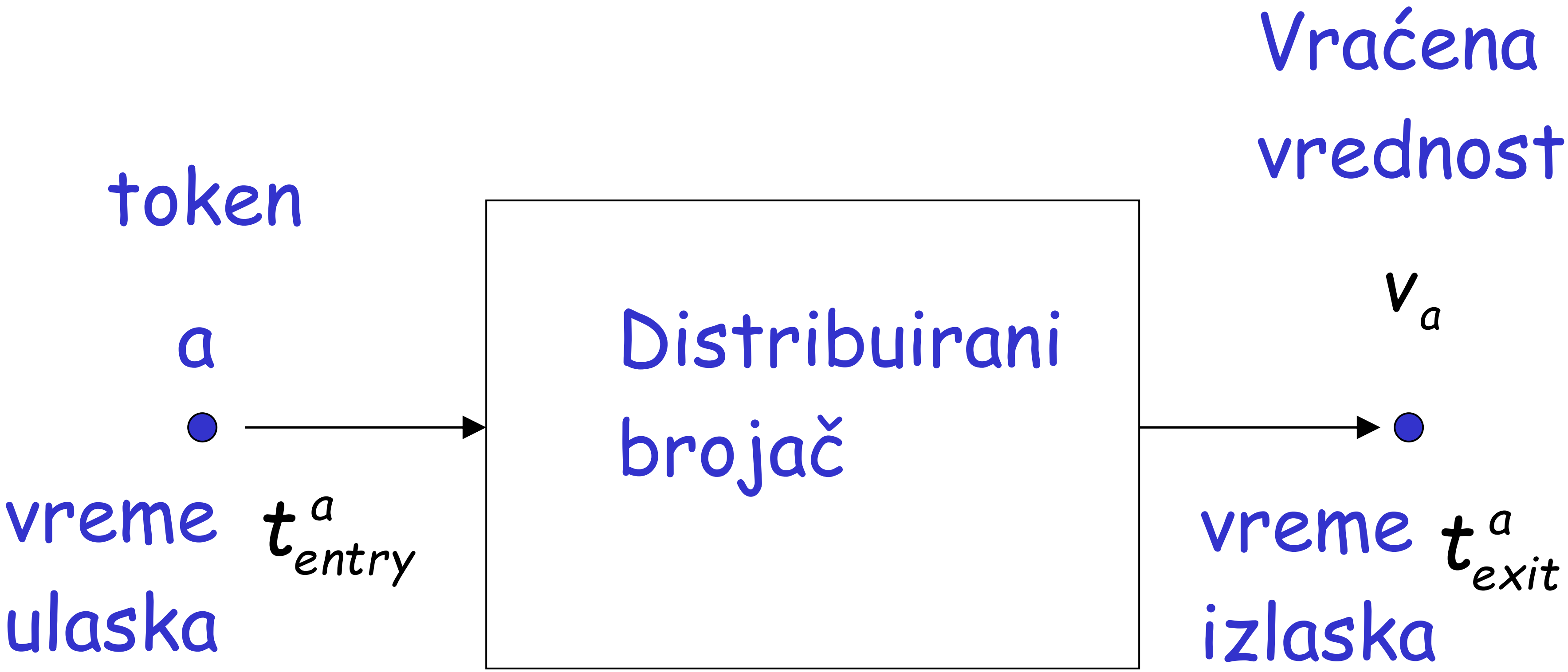
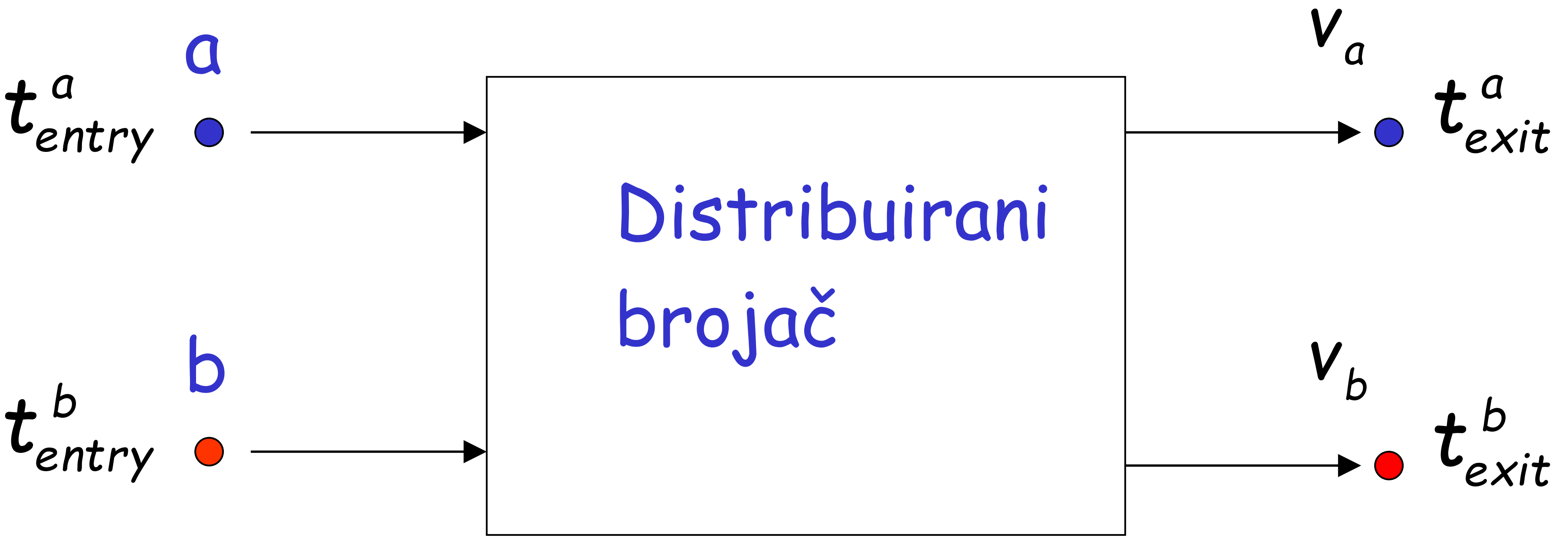
Mreže za brojanje čije izvršenje se može linearizovati



Vreme prolaska tokena: $t^a_{exit} - t^a_{entry}$

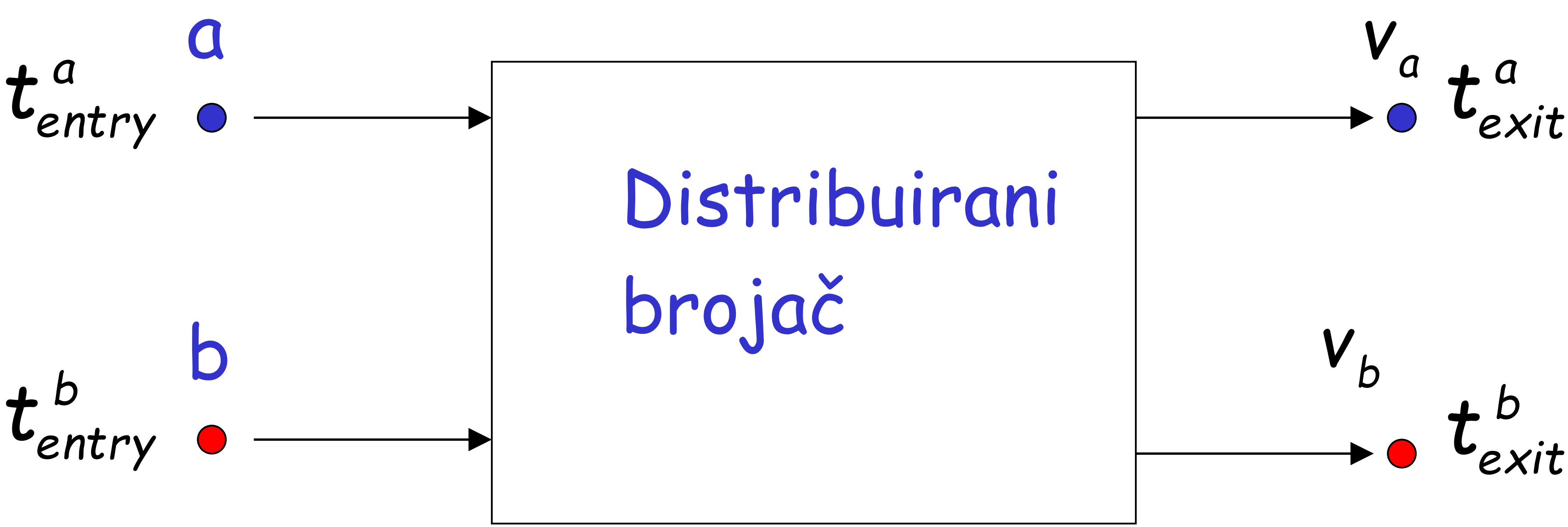
(različito za različite tokene)



Vremena ulaska su proizvoljna,
pošto tokeni nailaze u proizvoljnim trenutcima

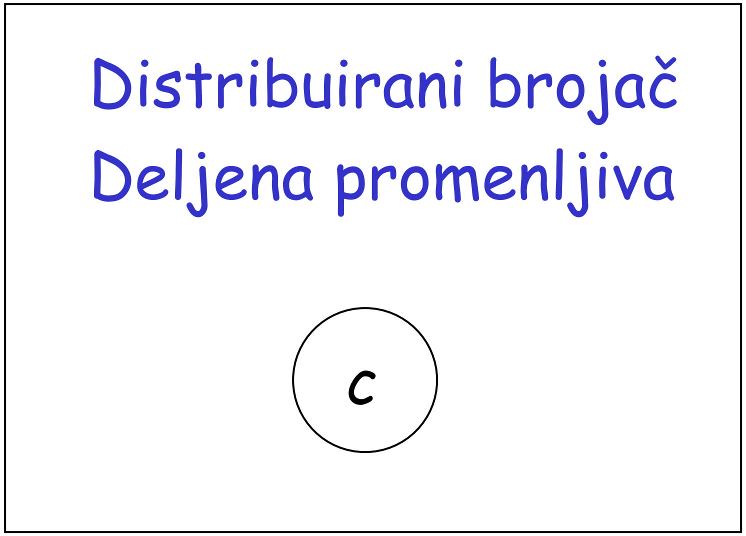
U izvršenjima koja se mogu linearizovati:

Ako $t_{exit}^{a} < t_{entry}^{b}$ onda $v_a < v_b$

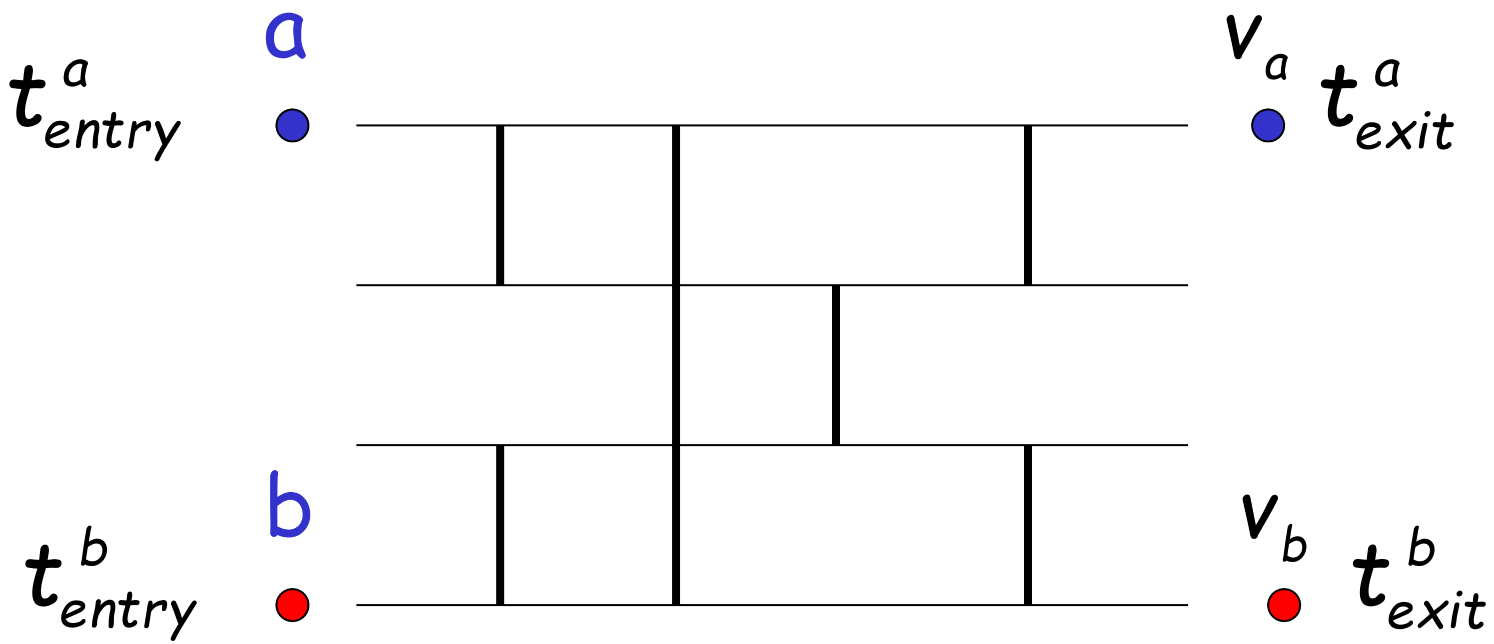


Naime: novi tokeni uzimaju veće vrednosti

Brojač sa jednom deljenom promenljivom se može linearizovati

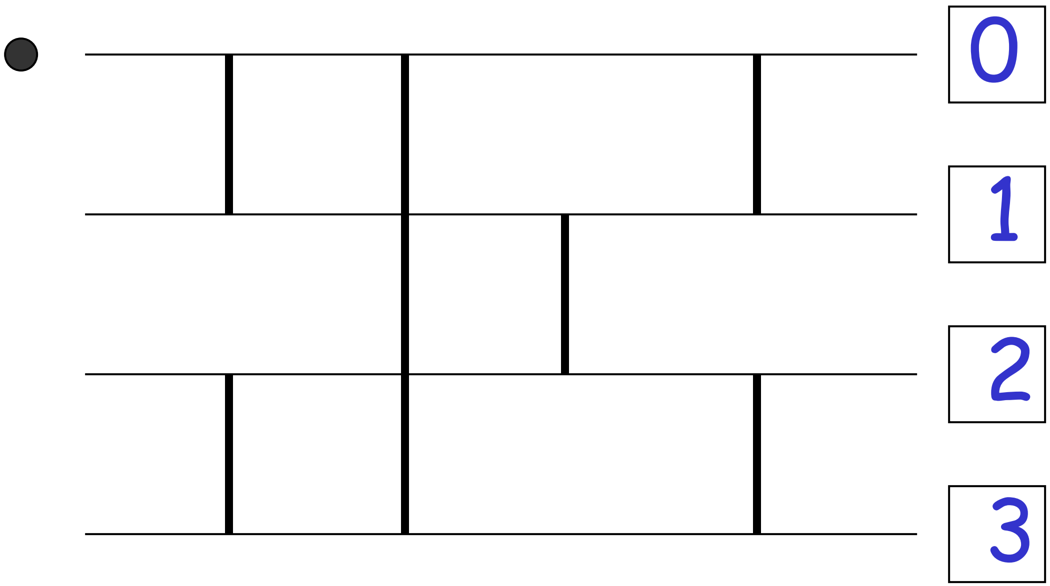


Proste mreže za broja. se <u>ne mogu</u> linearizovati

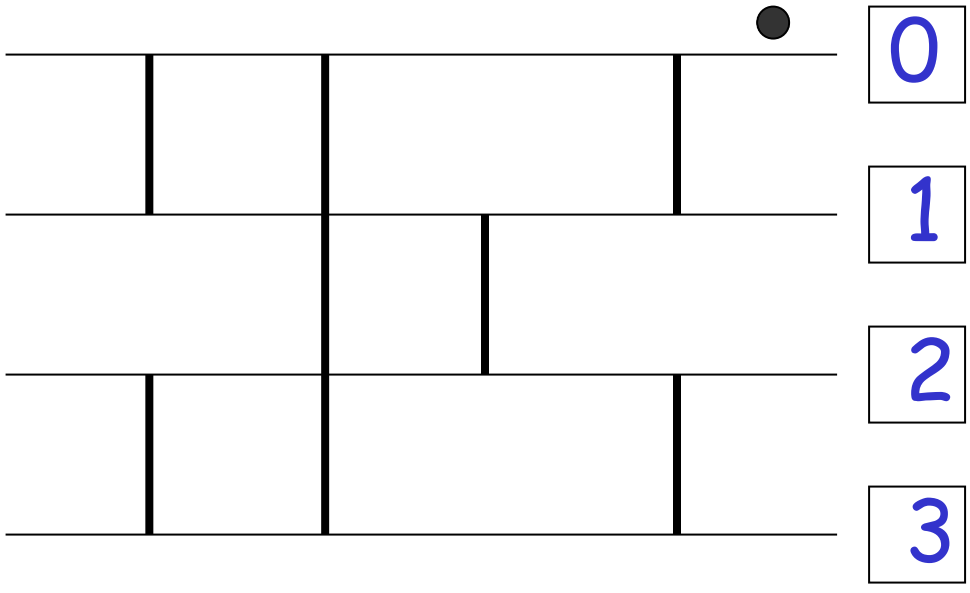


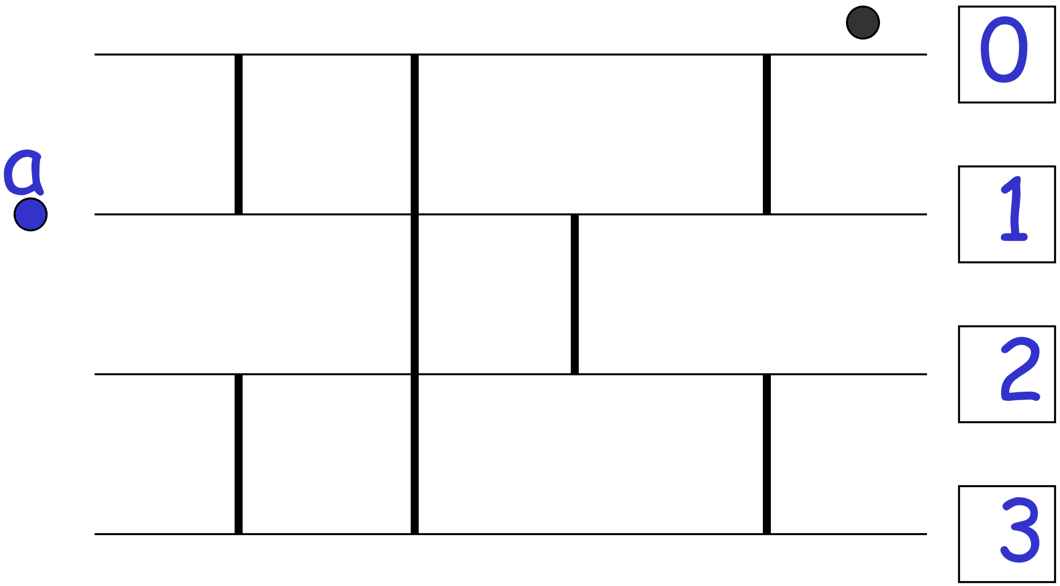
Postoje izvršenja takva da je:

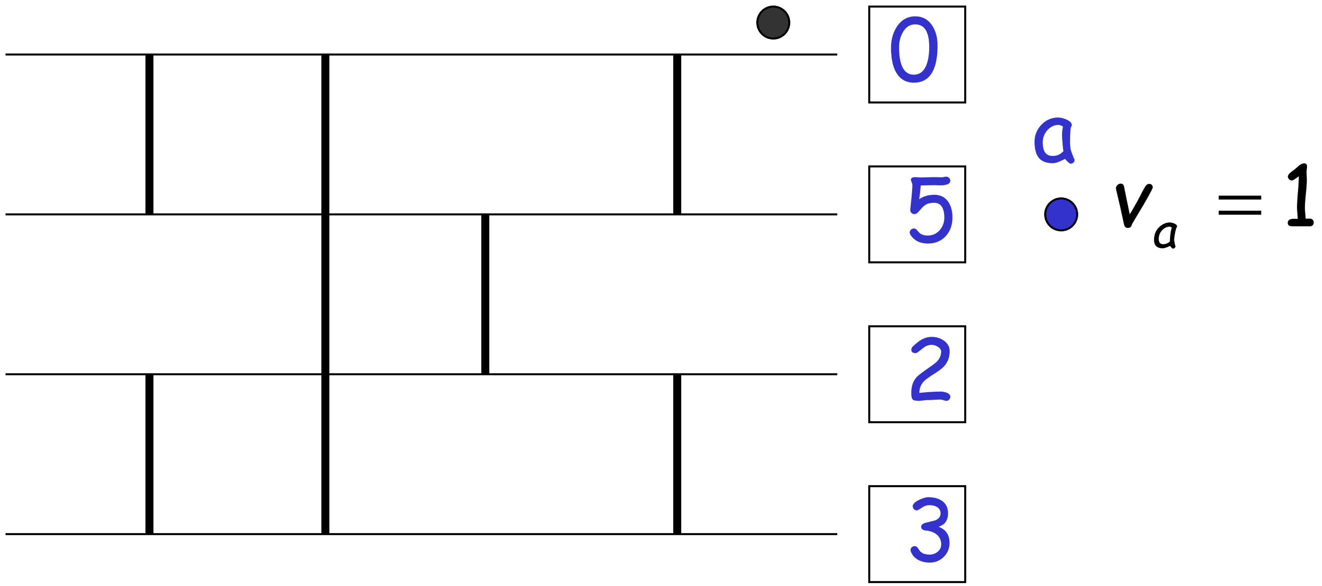
$$t^a_{exit} < t^b_{entry} \quad \text{i} \quad v_a > v_b$$


0
1
2
3

token se ne pomera na izlaz

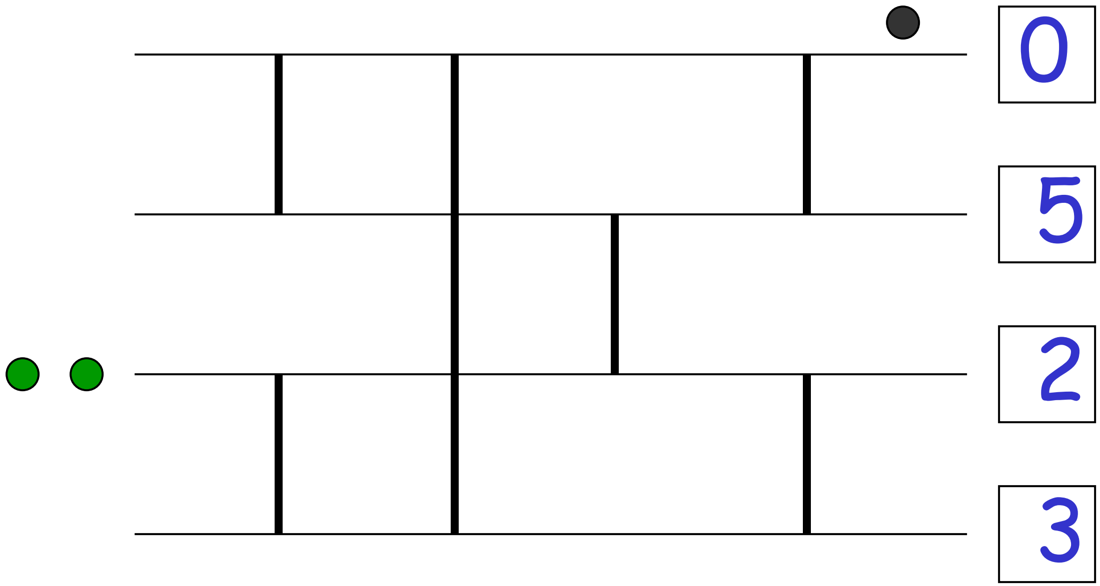



a
0
1
2
3

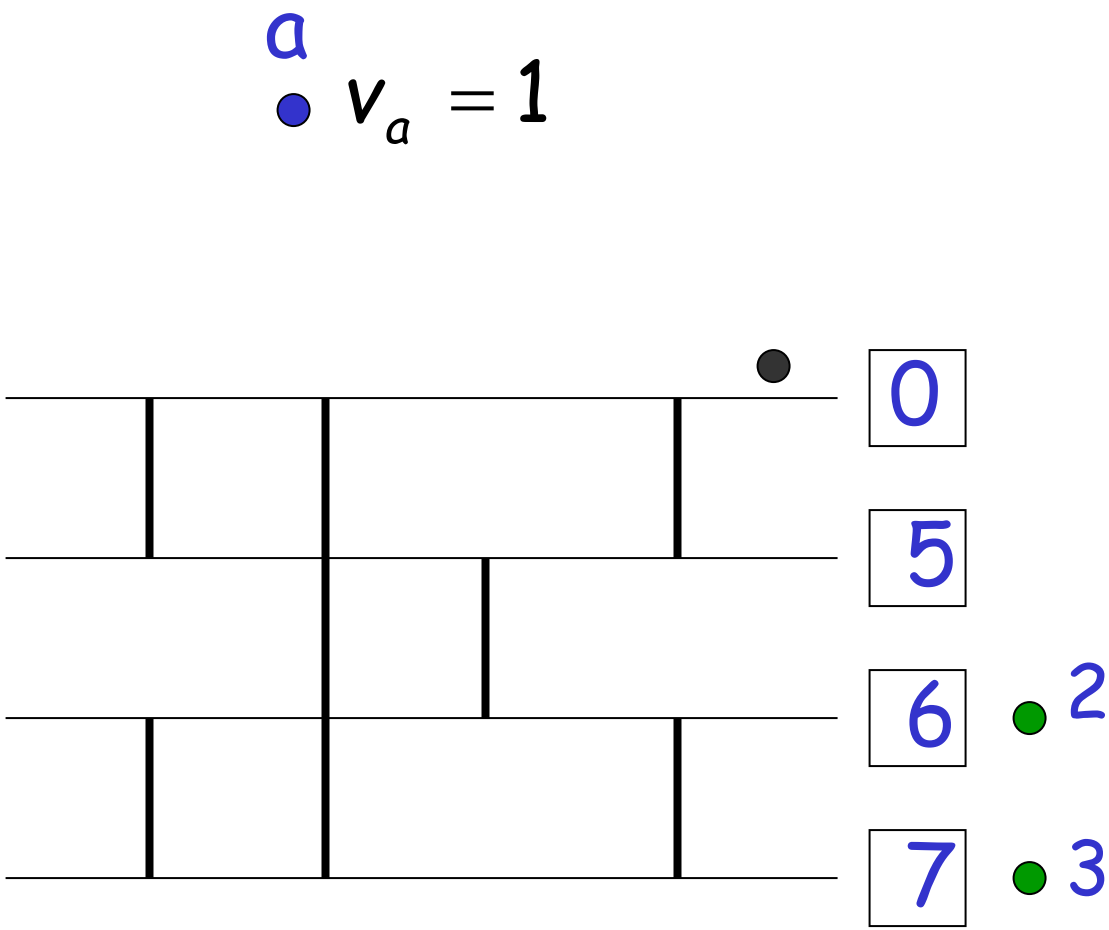

0
5
2
3
a
$v_a = 1$

a

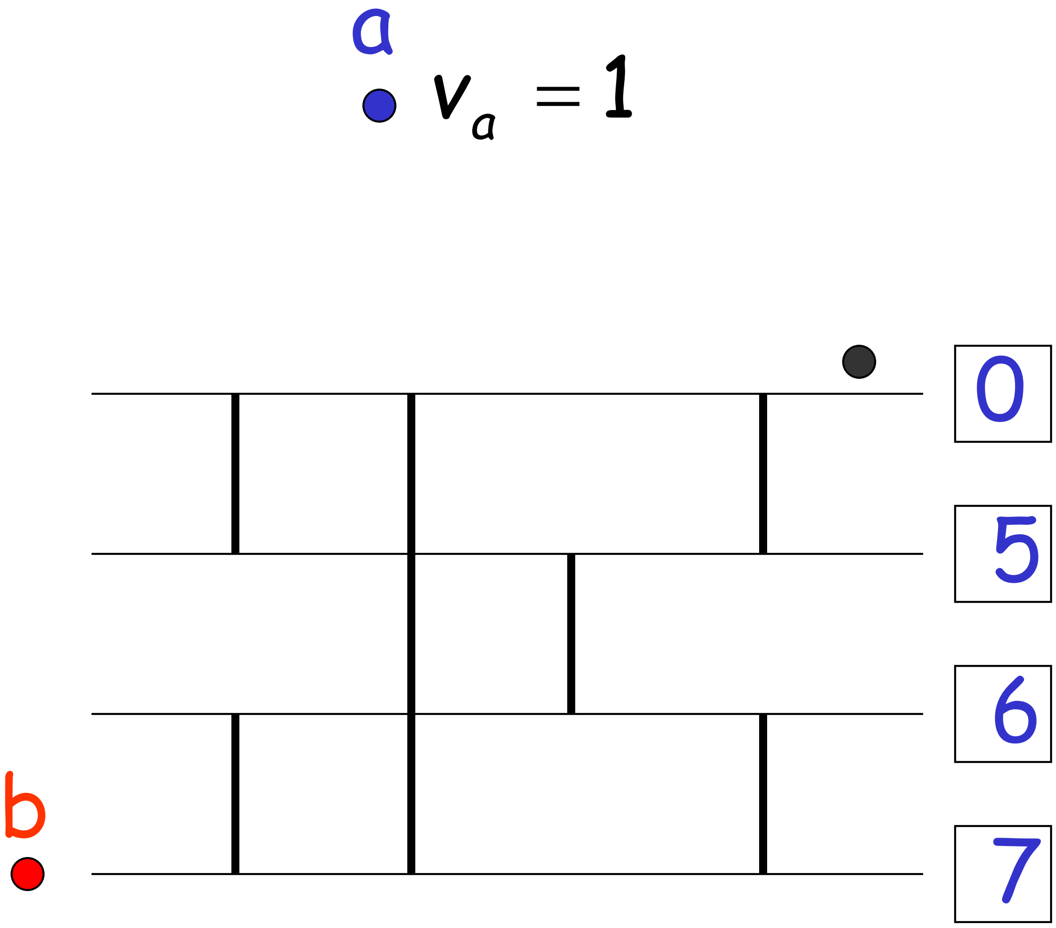
$v_a = 1$

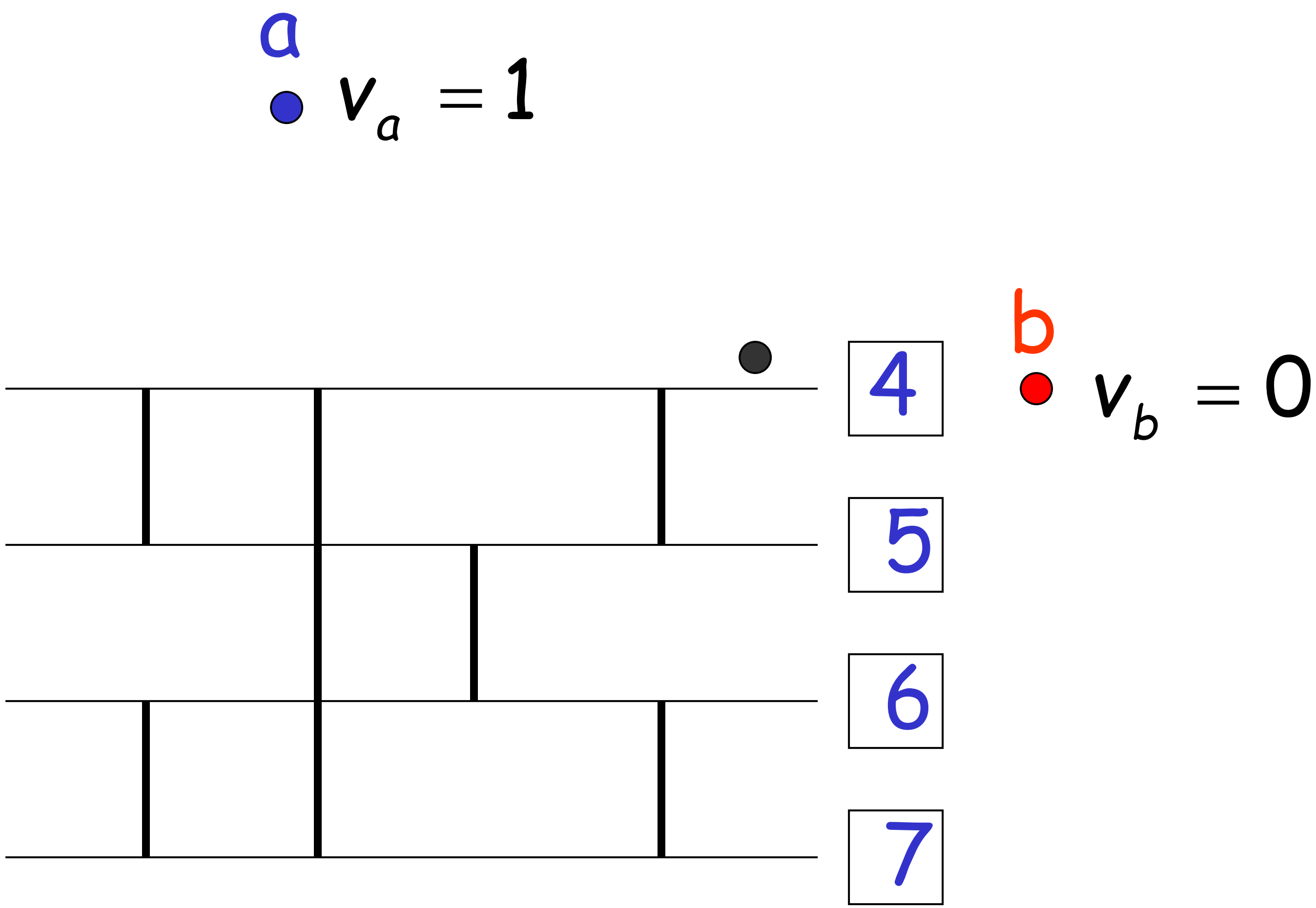


Još dva tokena nailaze



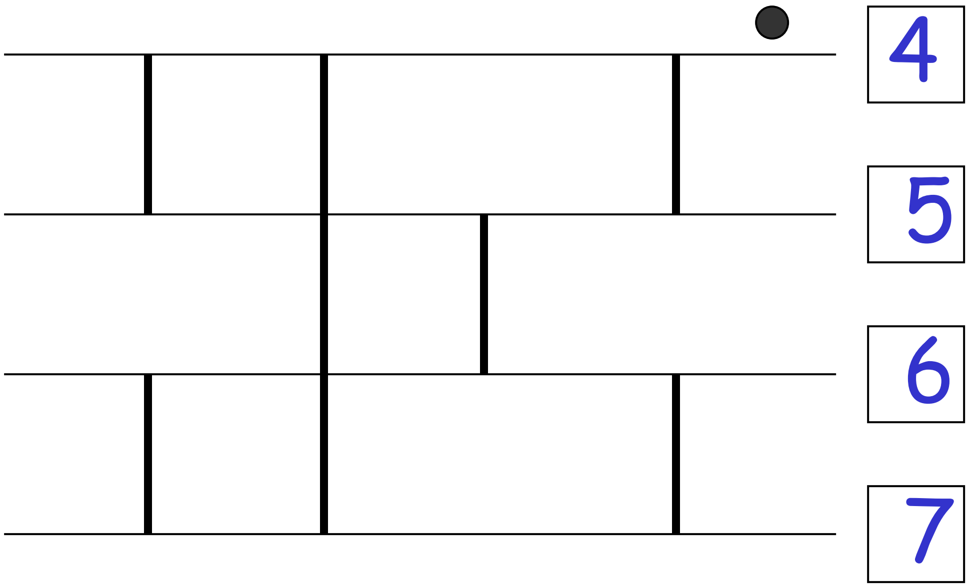
Još dva tokena nailaze


a
$v_a = 1$
b
0
5
6
7


a
$v_a = 1$
b
$v_b = 0$
4
5
6
7

a $\bullet$ $v_a = 1$

b $\bullet$ $v_b = 0$



$t^a_{exit} < t^b_{entry}$ i $v_a > v_b$

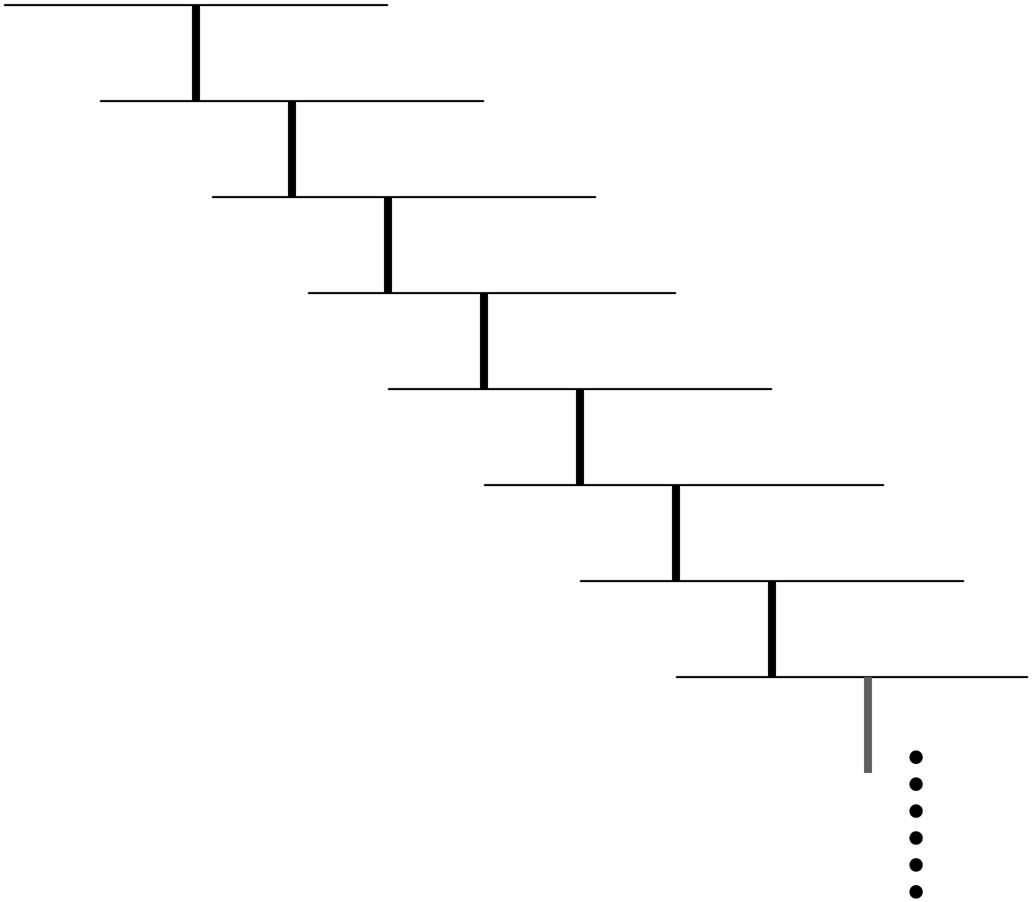
Narušavanje mogućnosti linearizacije!

Mreže za brojanje koje se mogu linearizovati

Predpost. da ima n procesa
koji mogu da izdaju tokene

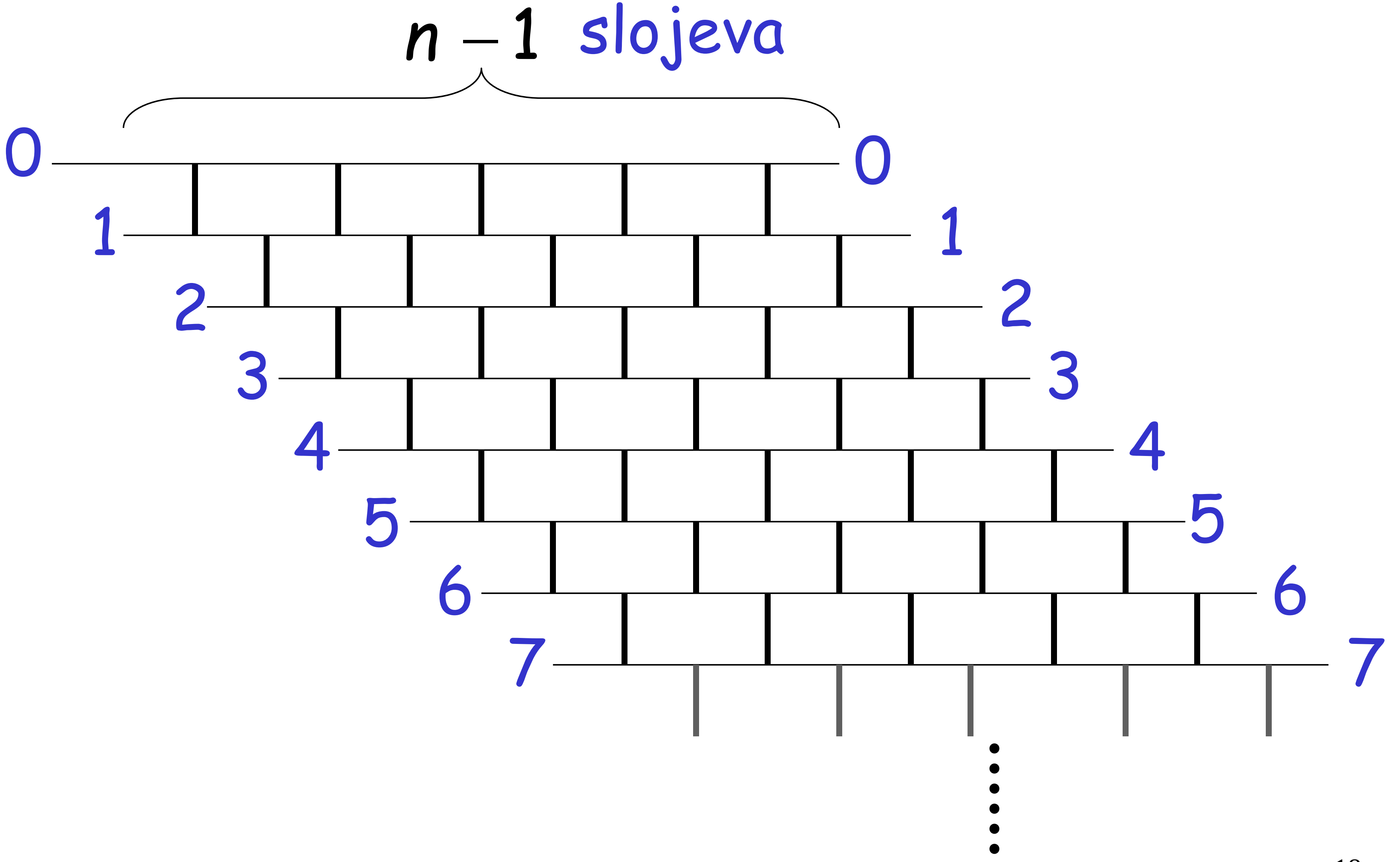
U bilo kom trenutku vremena
ima najviše n tokena
u mreži za brojanje

Jedan sloj



Beskonačna dužina

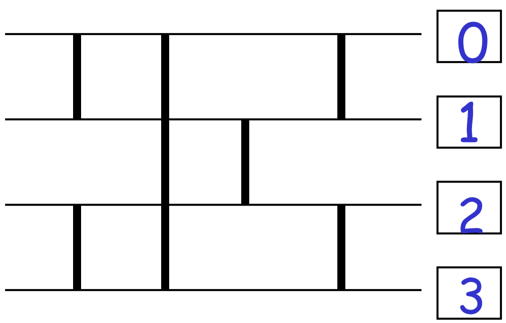
Kosa mreža

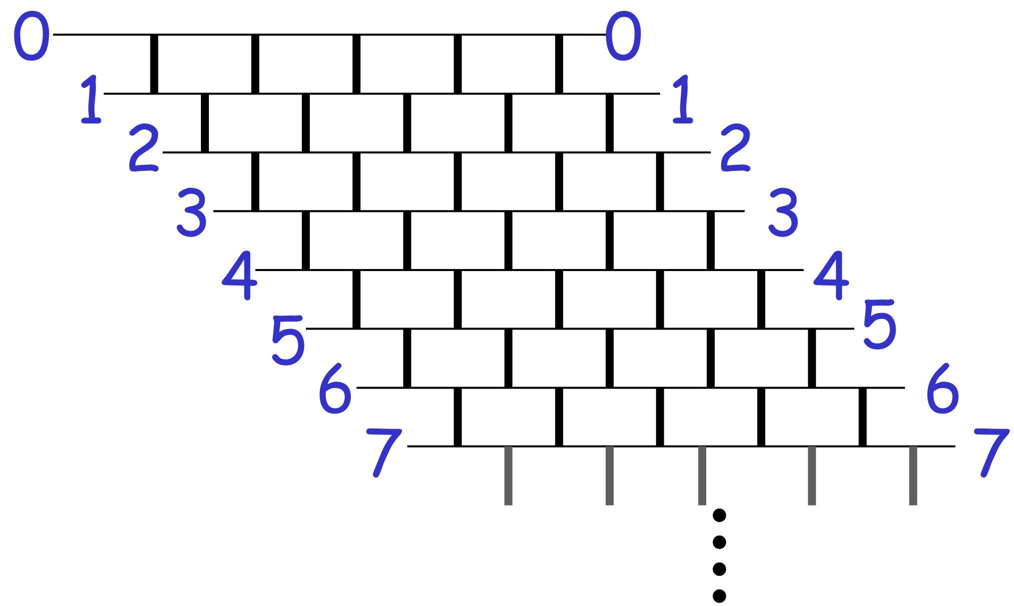


Mreža za brojanje koja se može linearizovati

regularna

mreža za brojanje + kosa mreža

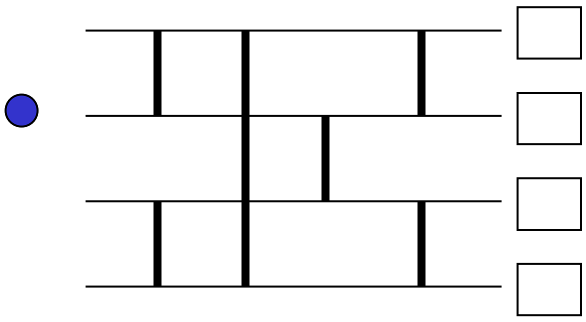


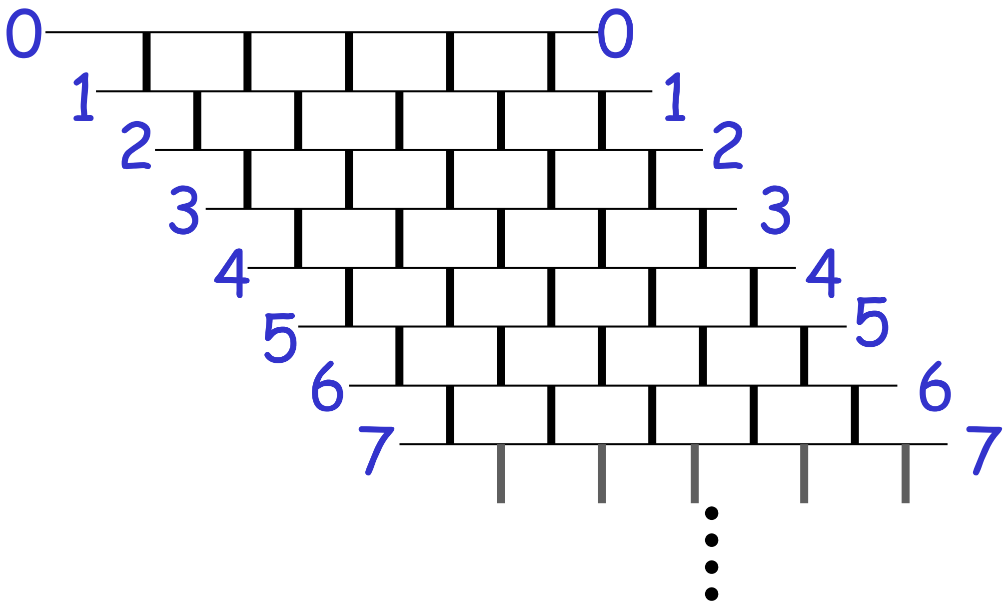


Token prvo ulazi u mrežu za brojanje a zatim u kosu mrežu

Kosa mreža

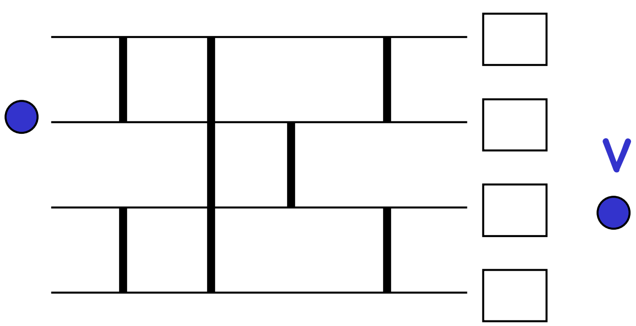
Mreža za brojanje



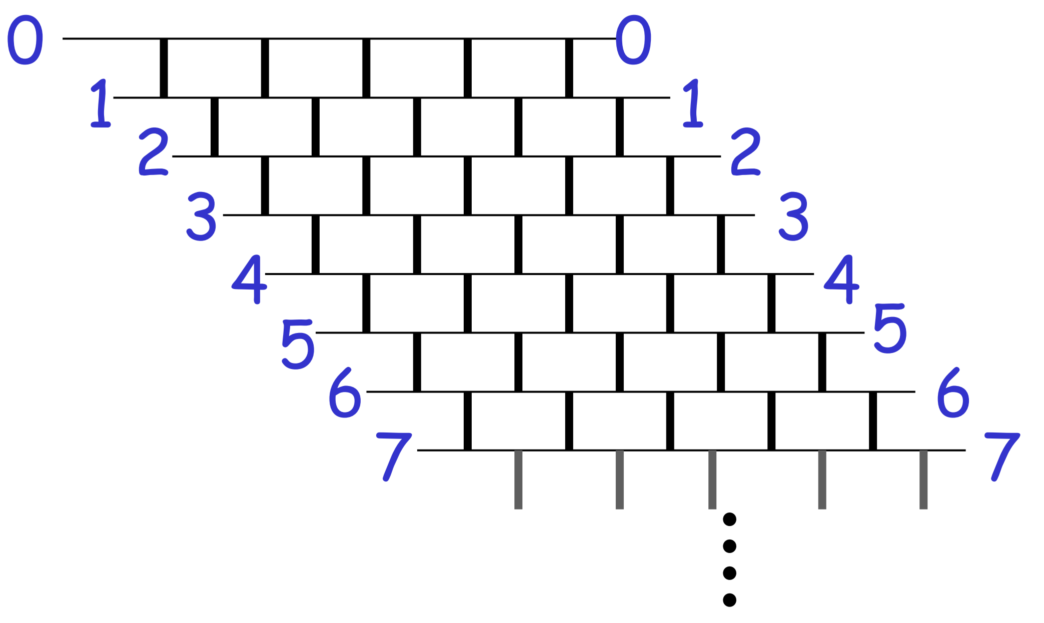


Token prvo dobija vrednost od mreže za brojanje

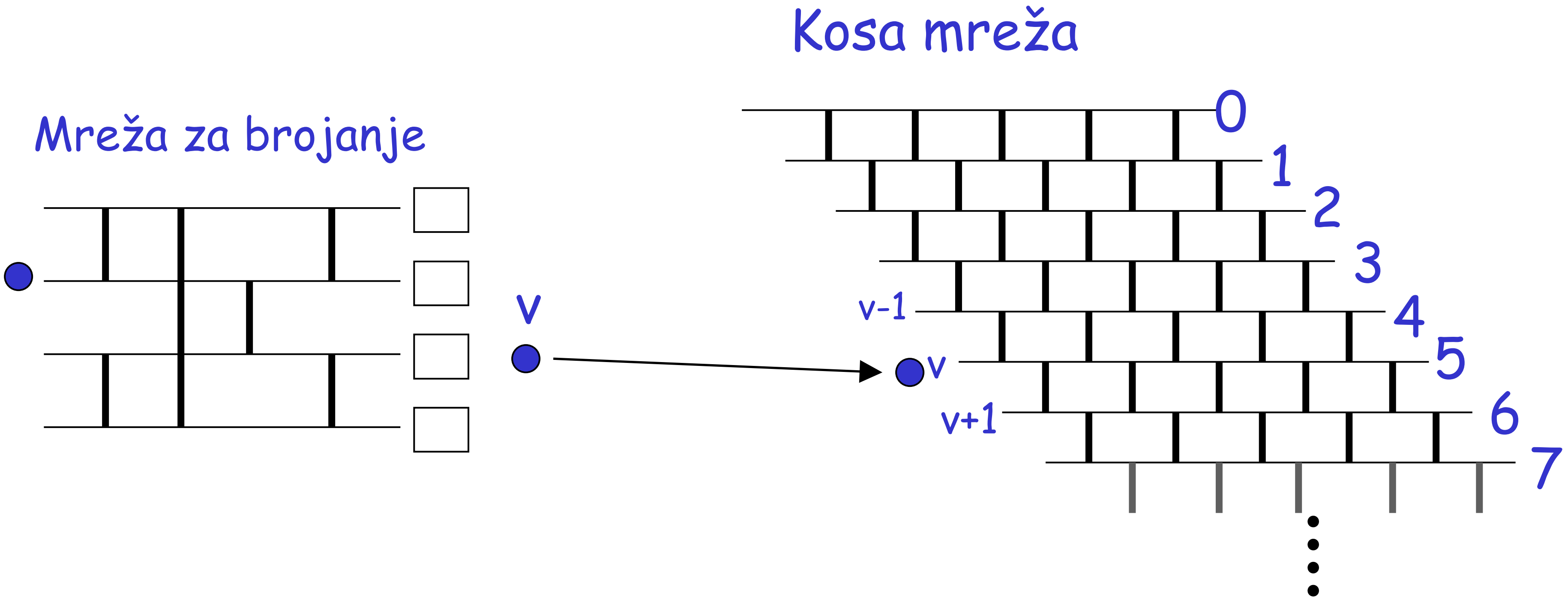
Mreža za brojanje



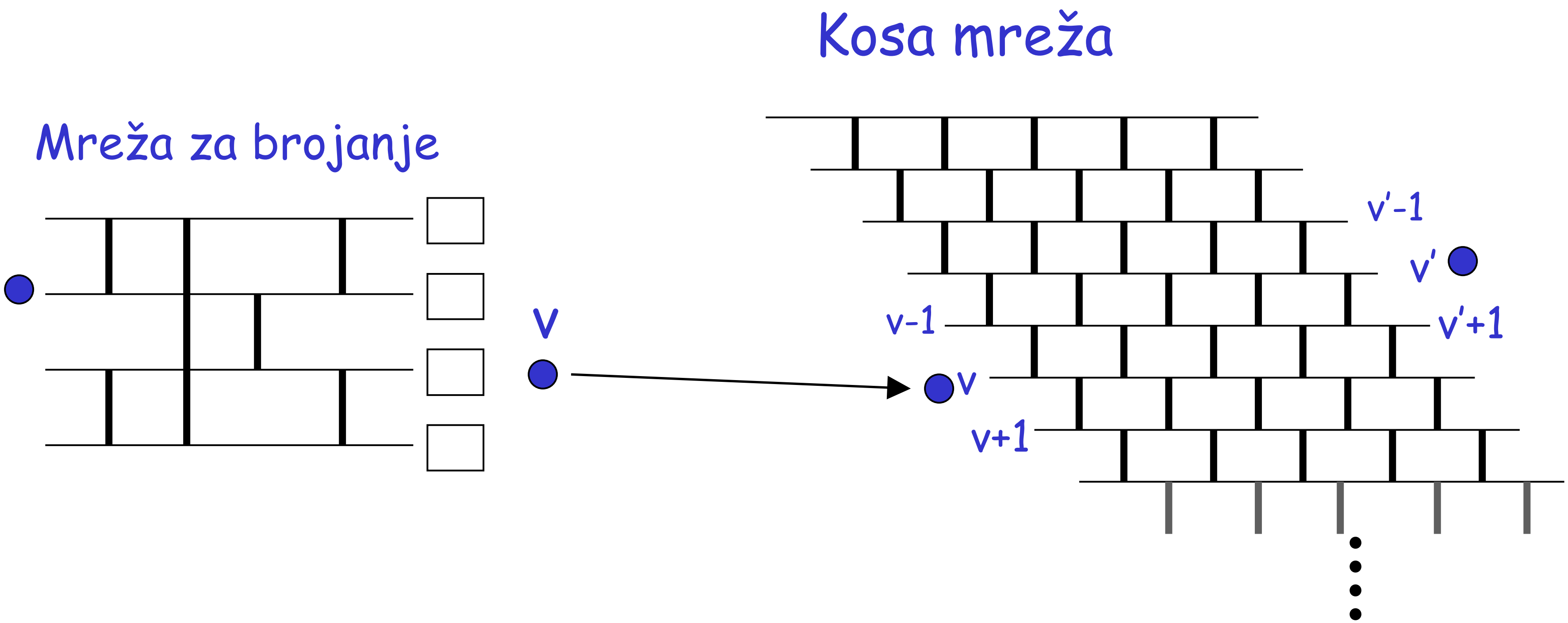
Kosa mreža



Token ulazi u kosu mrežu
Ulazni indeks je vrednost v

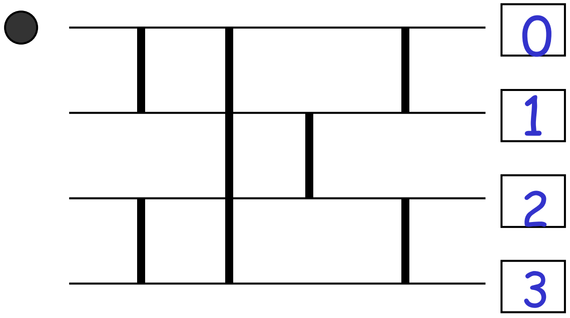


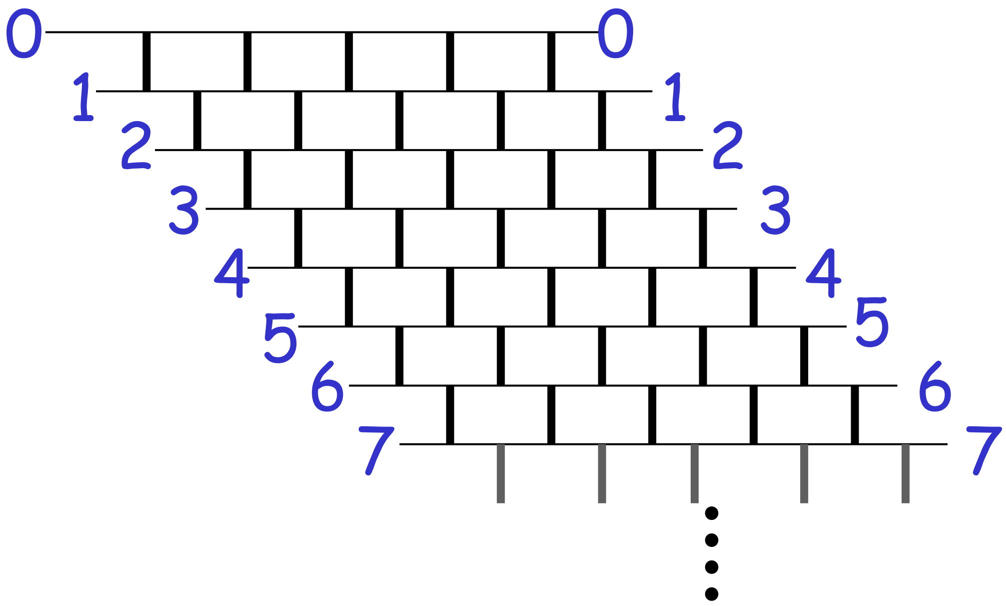
Token prolazi kroz kosu mrežu i rezultantna vrednost je izlazni indeks



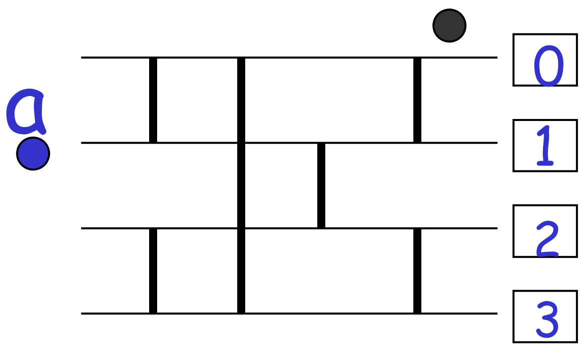
Rezultantna vrednost tokena: v'

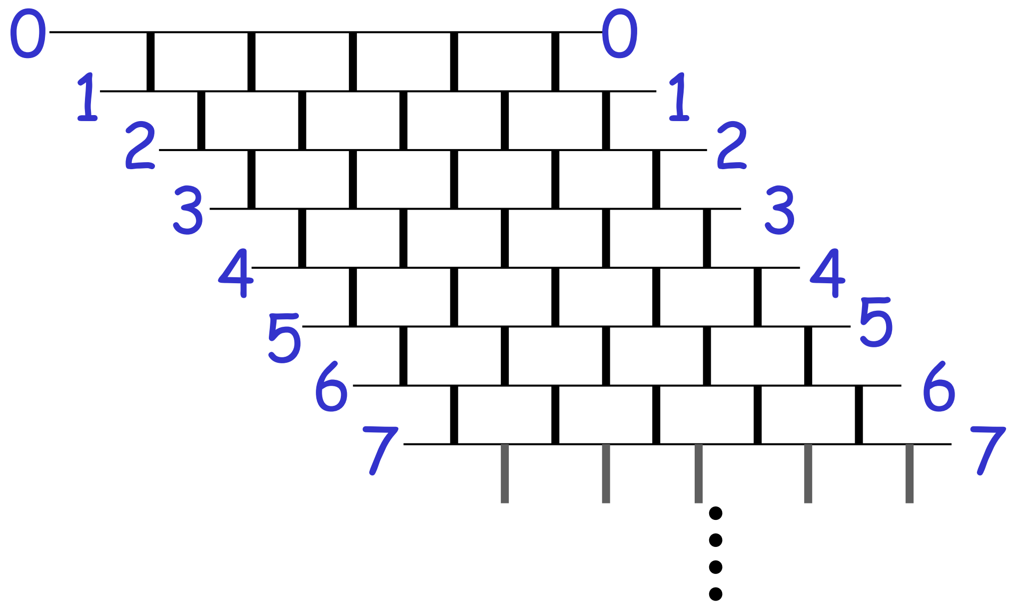
Primer izvršenja

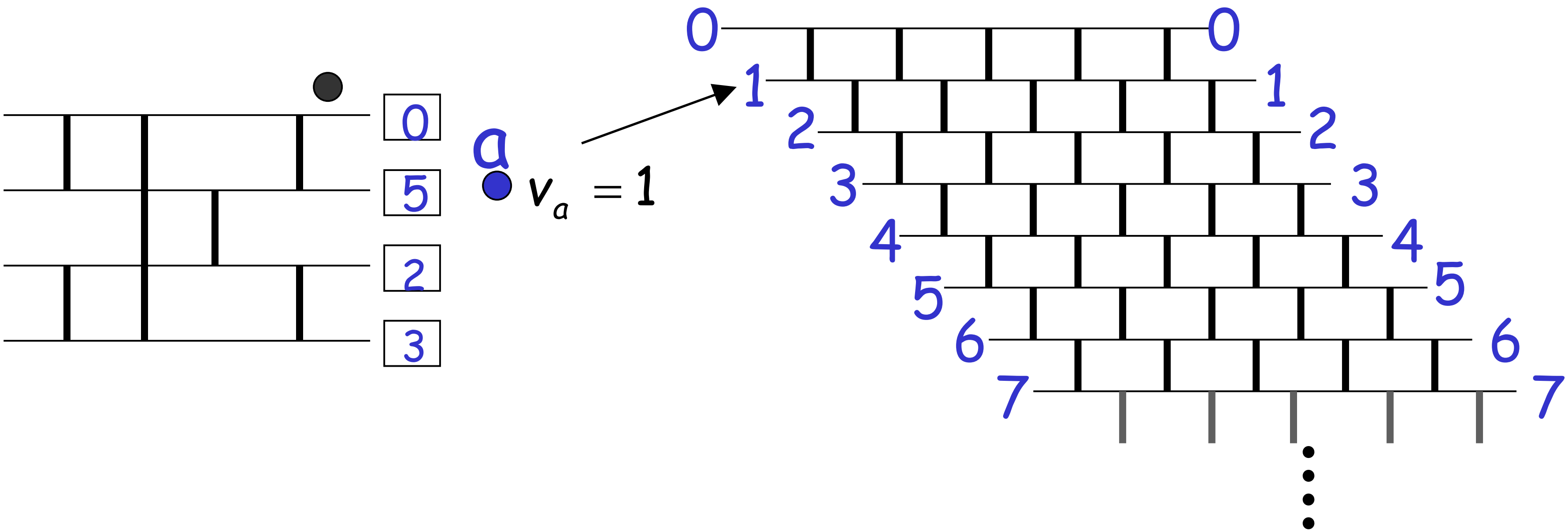


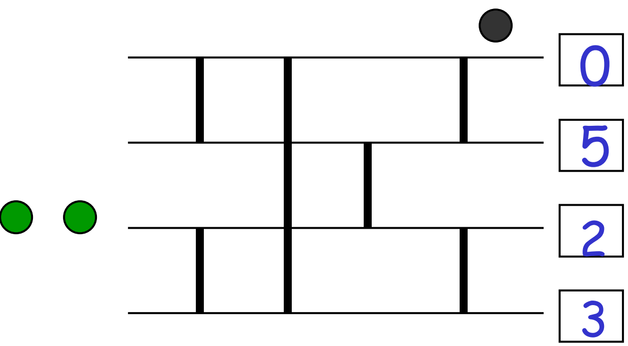


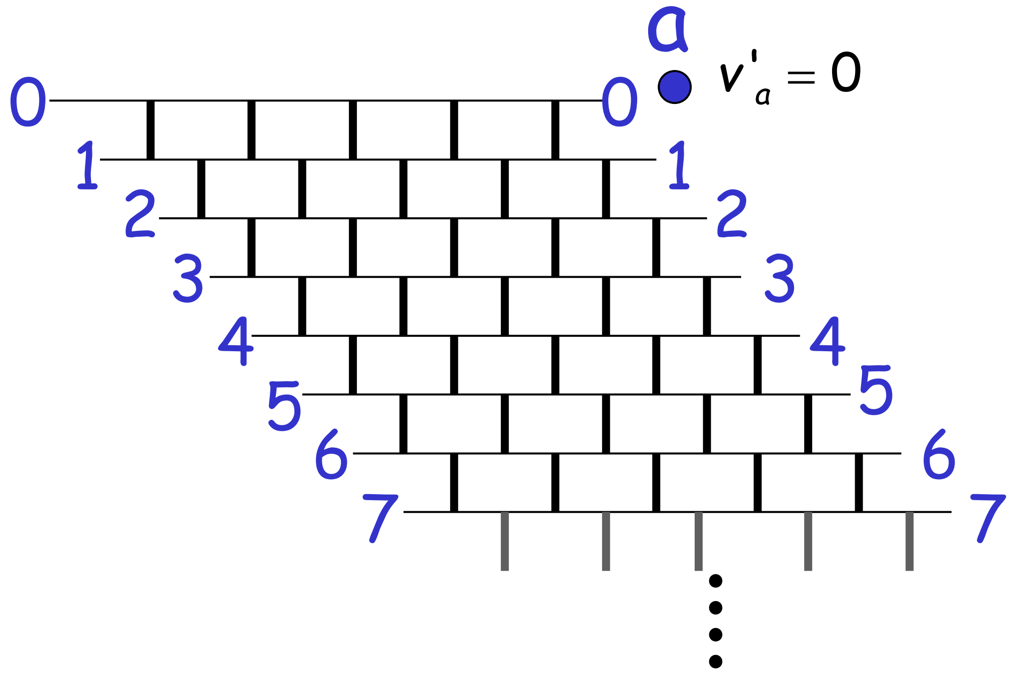
Token
ostaje ovde

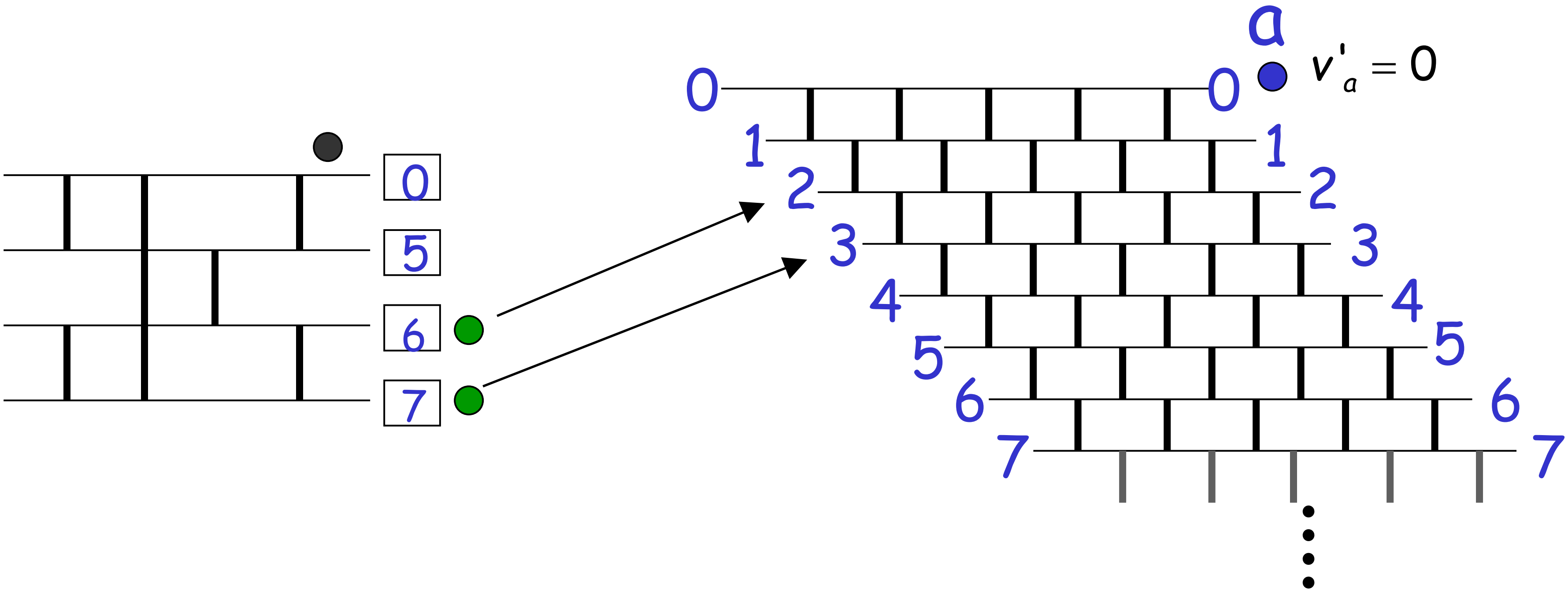


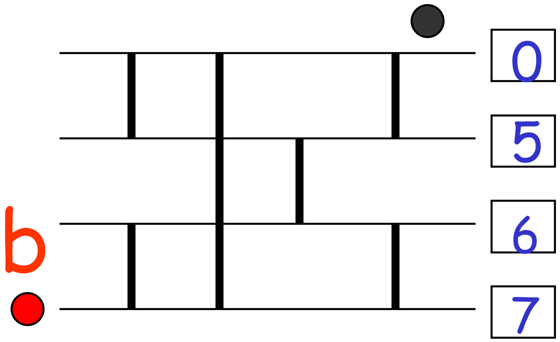



0
5
2
3
a
$v_a = 1$
0
1
2
3
4
5
6
7
0
1
2
3
4
5
6
7

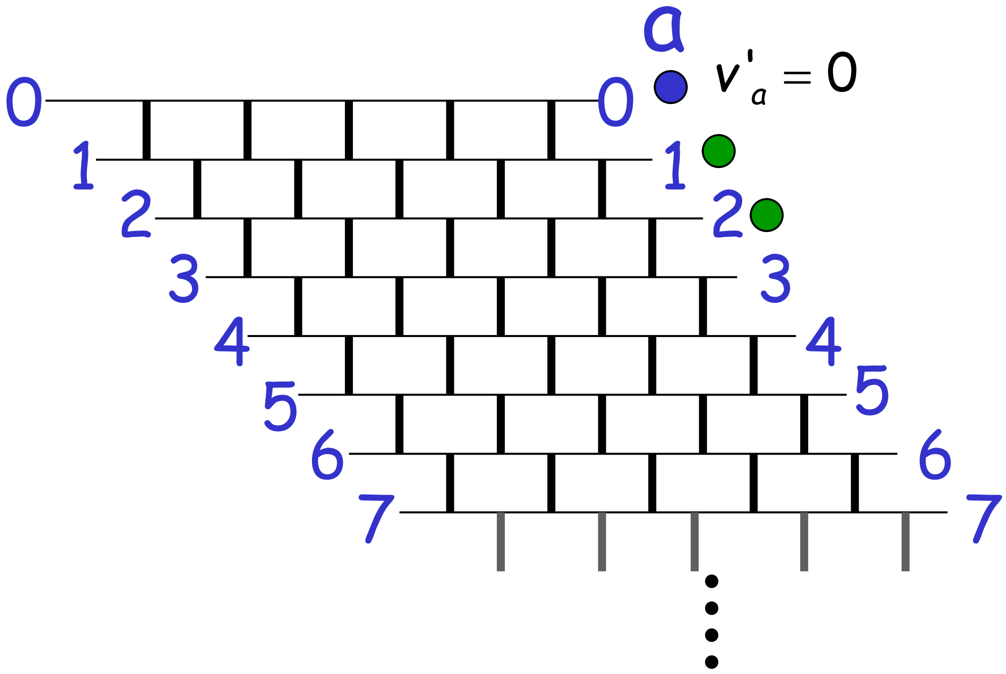

0
5
2
3


a
$v'_a = 0$
0
1
2
3
4
5
6
7
0
1
2
3
4
5
6
7

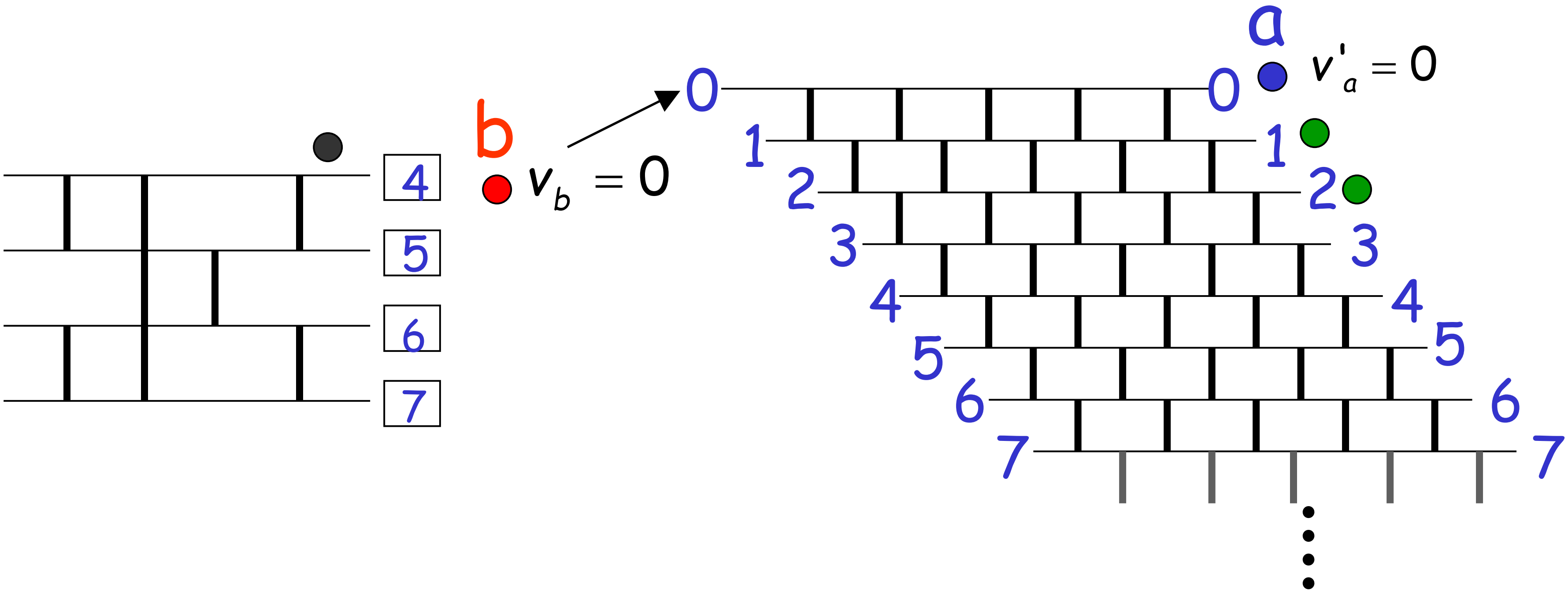

0
5
6
7
a
$v'_a = 0$
0
1
2
3
4
5
6
7
0
1
2
3
4
5
6
7

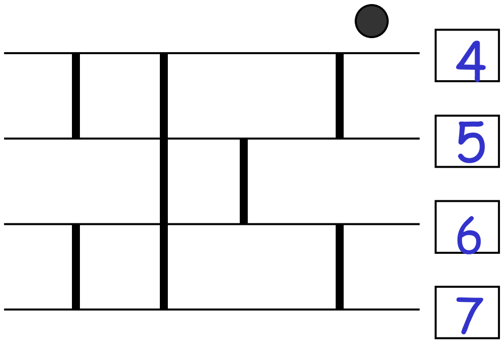


0
5
6
7
b

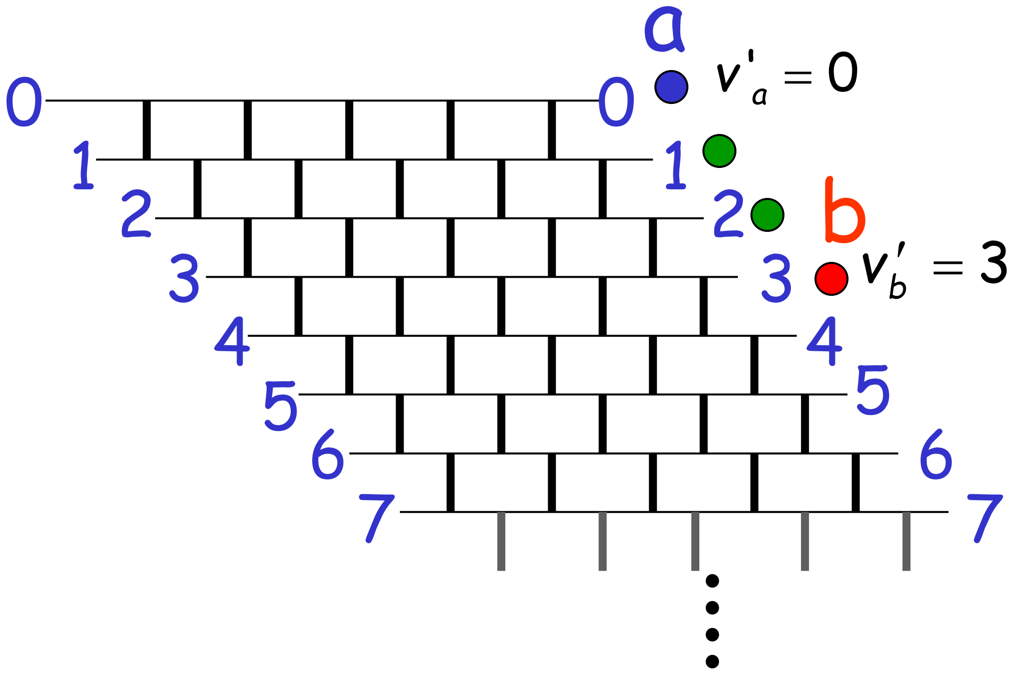


a
$v'_a = 0$
0
1
2
3
4
5
6
7

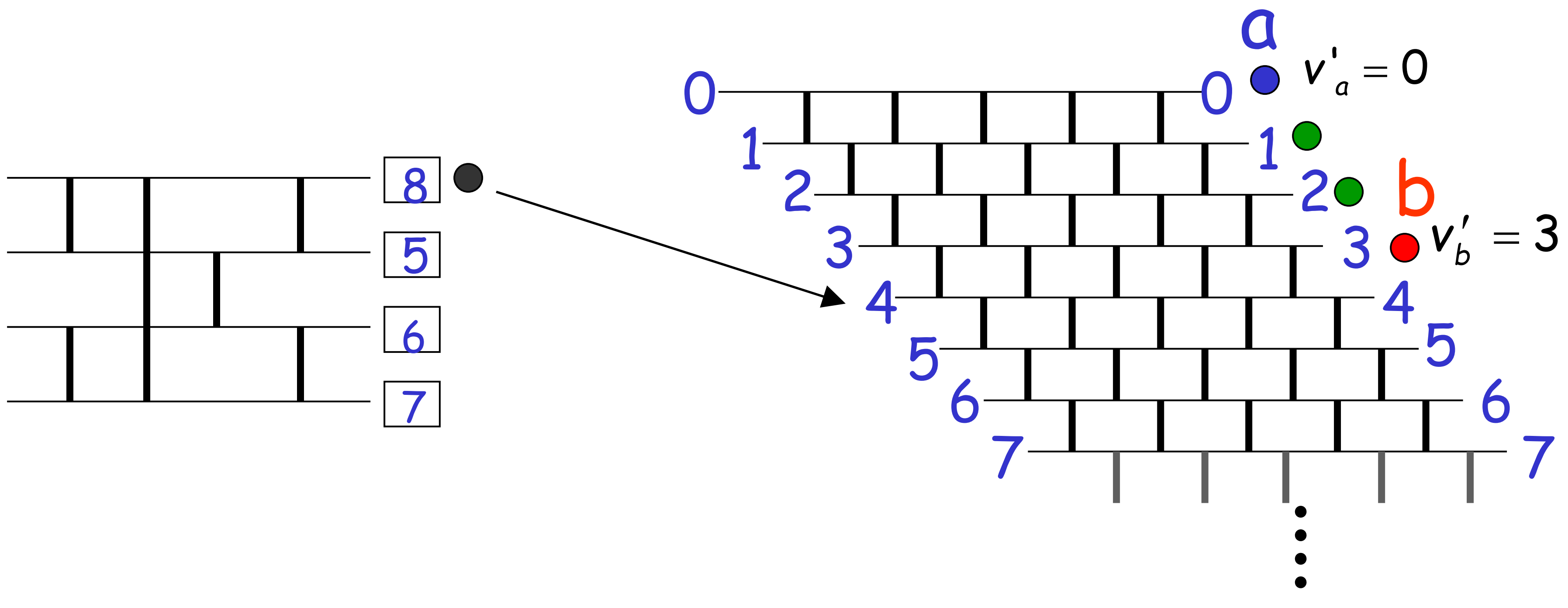

4
5
6
7
b
$v_b = 0$
a
$v'_a = 0$
0
1
2
3
4
5
6
7
0
1
2
3
4
5
6
7



4
5
6
7

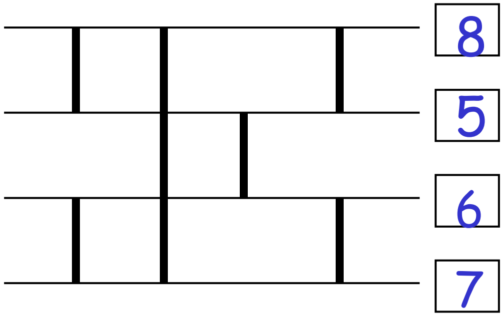


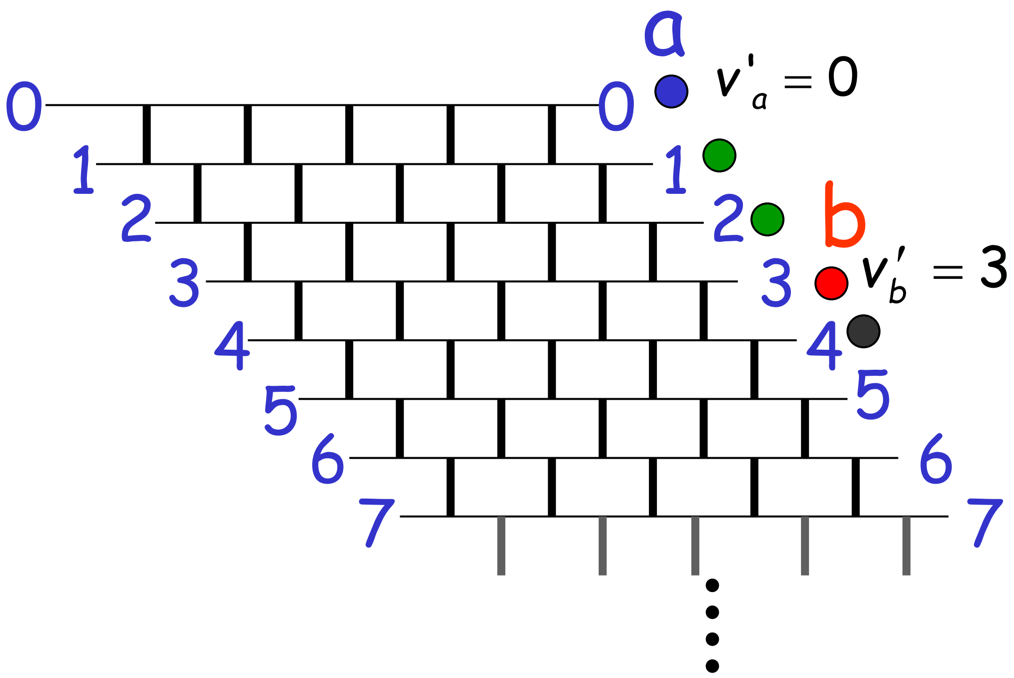
a
$v'_a = 0$
b
$v'_b = 3$
0
1
2
3
4
5
6
7



a
$v'_a = 0$
b
$v'_b = 3$
0 1 2 3 4 5 6 7
8 5 6 7

Važi da je: $t_{exit}^{a} < t_{entry}^{b}$ i $v'_a = 0 < 3 = v'_b$



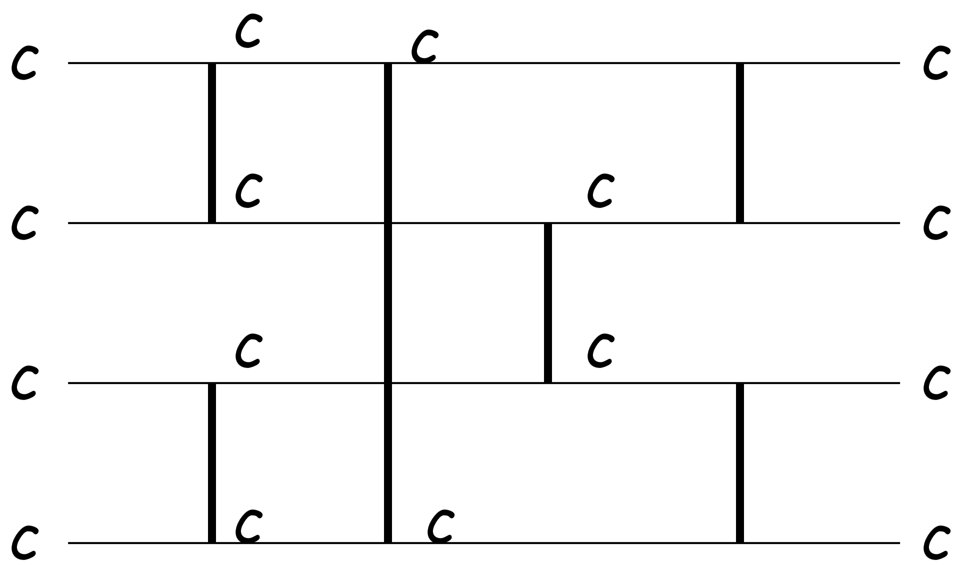


Mogućnost linearizacije je očuvana

Formalno ćemo pokazati
da kosa mreža
zadovoljava mogućnost lienarizacije

Prvo se dokazuje potreban uslov

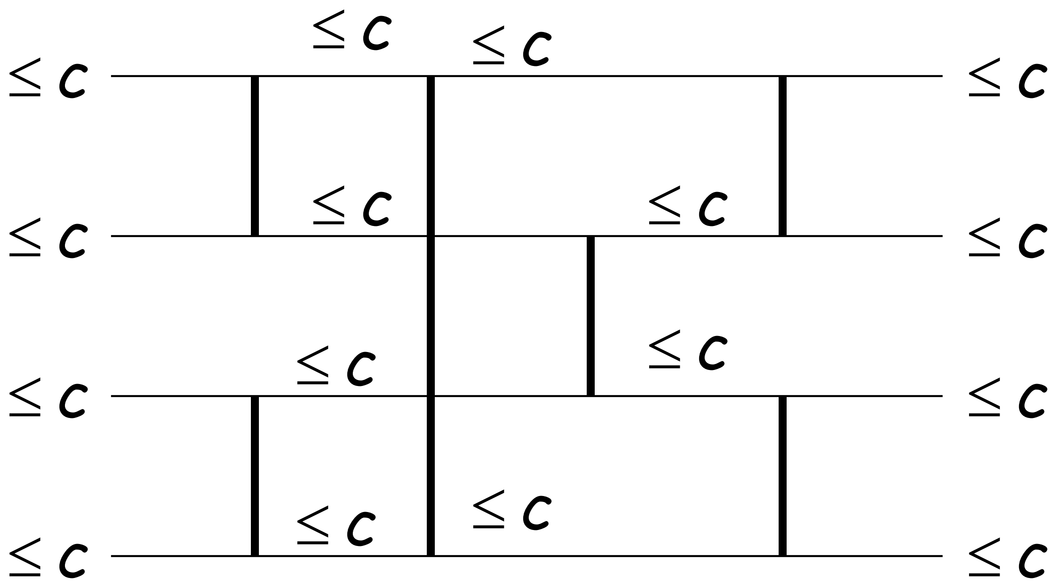
Broj tokena



Za bilo koju mrežu za brojanje:

ako je broj tokena na svakoj ulaznoj žici isti (na primer *c*), onda će bilo koja žica imati taj isti broj tokena

Broj tokena



Za bilo koju mrežu za brojanje :

ako je broj tokena na svakoj ulaznoj žici ograničen sa c onda će bilo koja žica imati najviše c tokena

Teorema:

Kosa mreža očuvava mogućnost linearizacije

Dokaz:

Dokaz je indukciom na tokene koji uđu na k žica

Indukciona osnova

Kosa mreža očuvava mogućnost linearizacije za token koji ulazi na žici 0

Trivijalno tačno.

Indukciona hipoteza:

Predpost. da kosa mreža očuvava mogućnost linearizacije za sve tokene koji ulaze do žice $k-1$

Indukcioni korak:

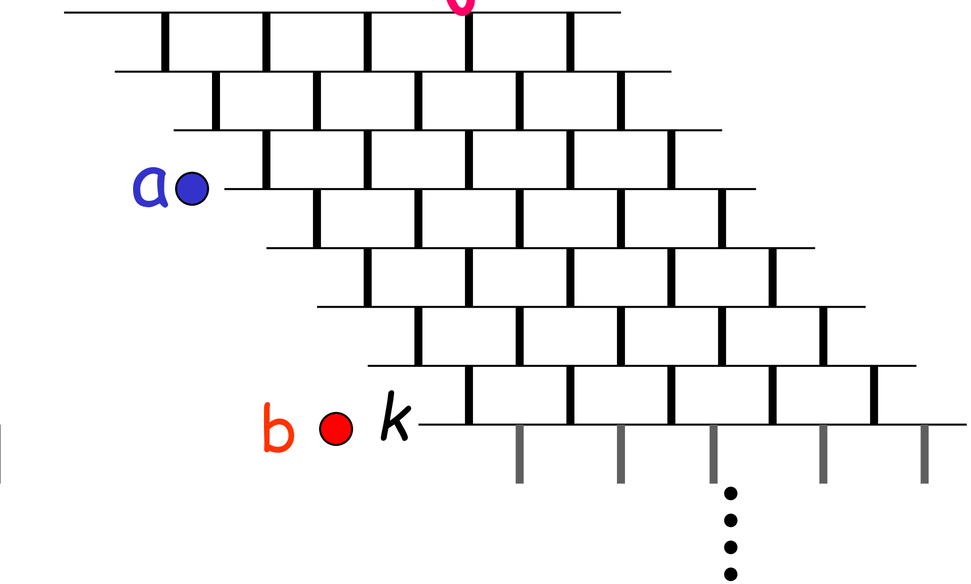
Pokazaćemo da kosa mreža očuvava mogućnost linearizacije za sve tokene koji ulaze na prvih k žica

Predpost. da postoje dva tokena a i b koji narušavaju mogućnost linearizacije:

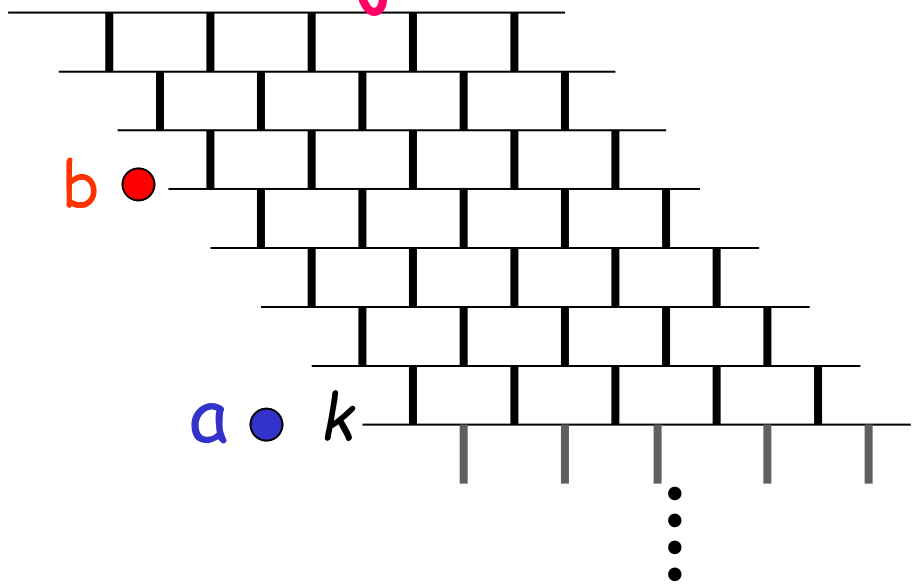
$$t^{a}_{exit} < t^{b}_{entry} \qquad v'_a > v'_b$$

Postoje dva moguća slučaja:

slučaj 1

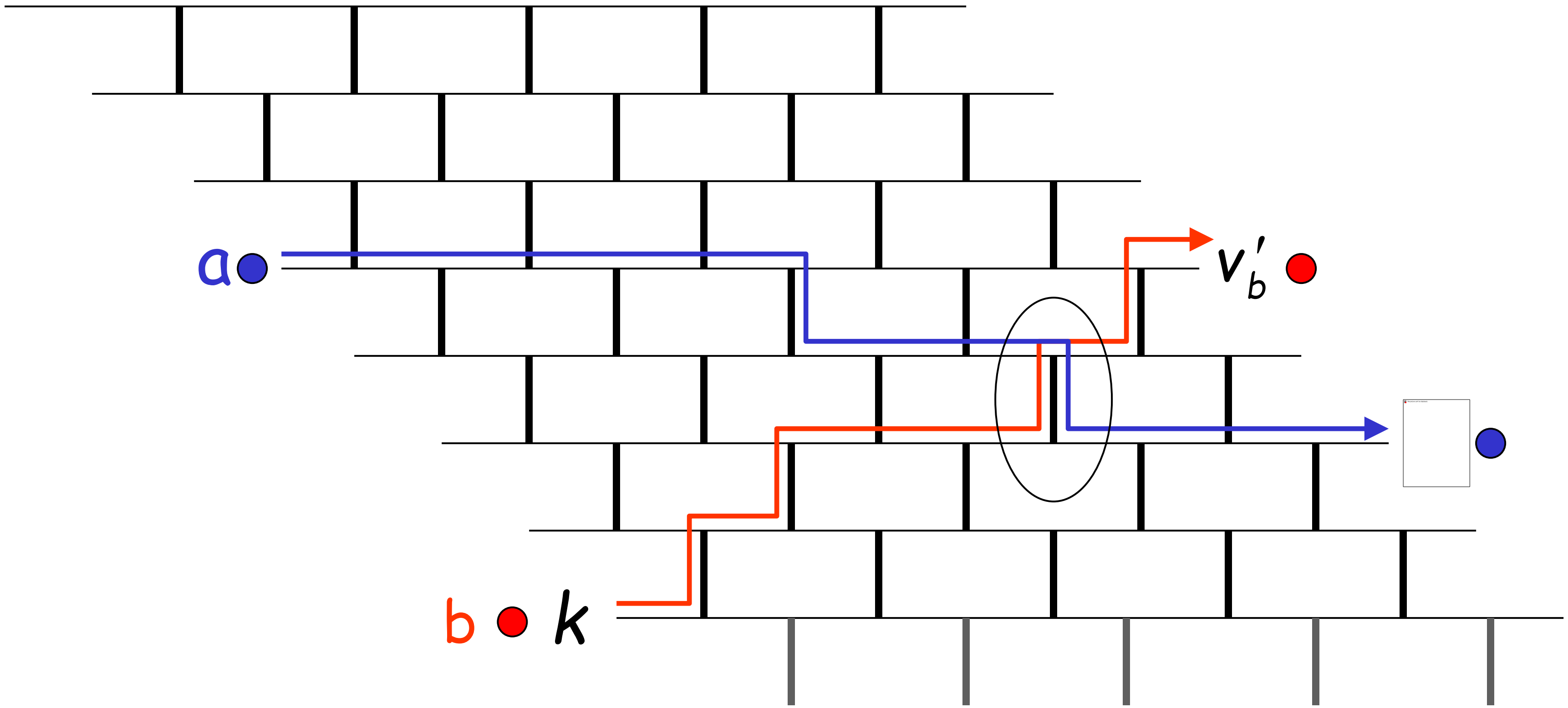


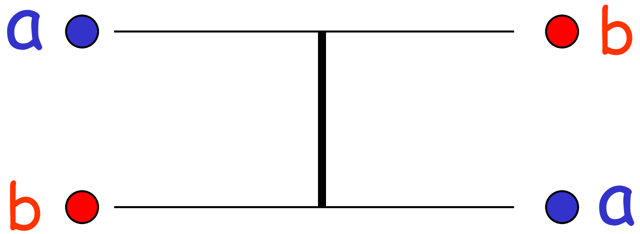
slučaj 2



$$t_{exit}^{a} < t_{entry}^{b} \qquad v_a' > v_b'$$

SLUČAJ 1





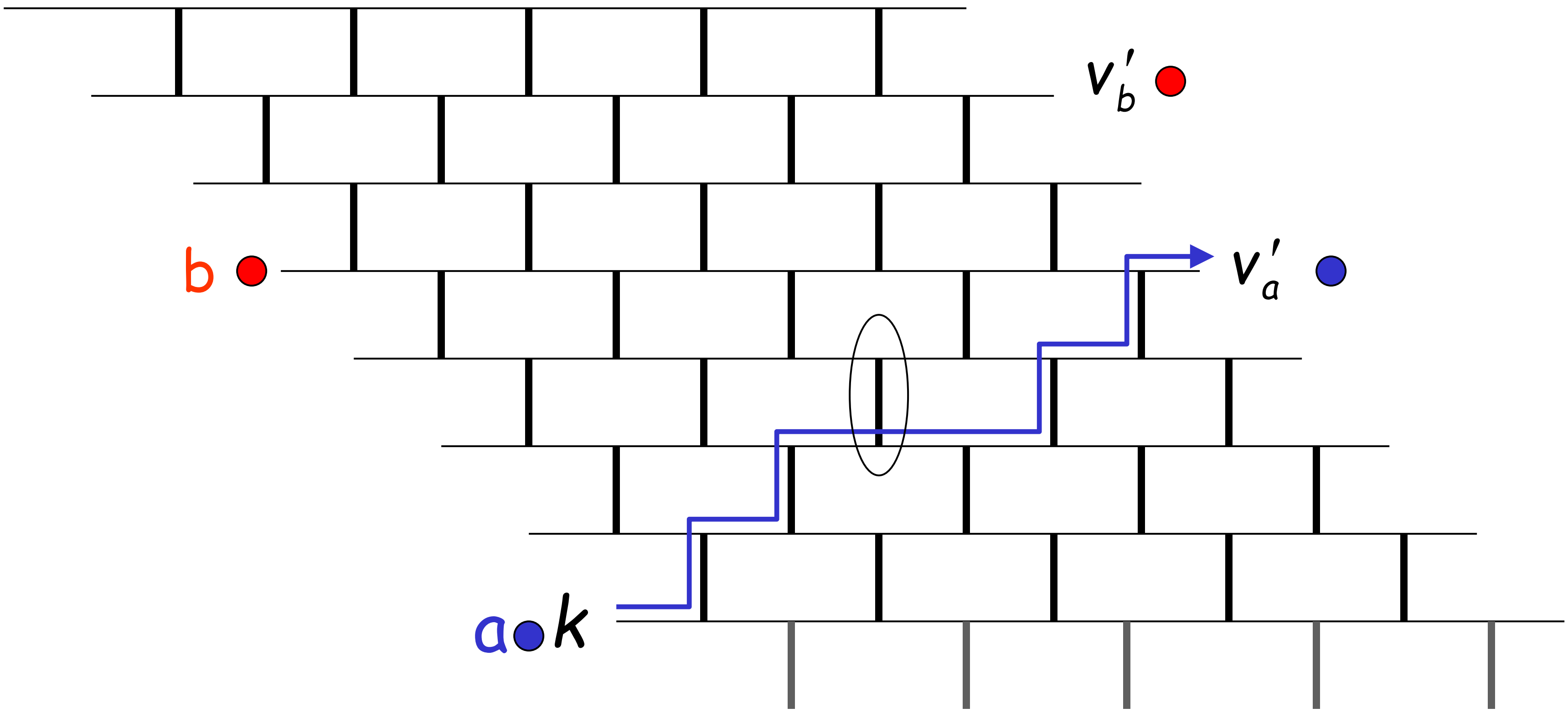
Token a ulazi prvi i zato mora biti

Nemoguće!!!

(pošto ni jedan drugi token ne ulazi u balanser)

SLUČAJ 2

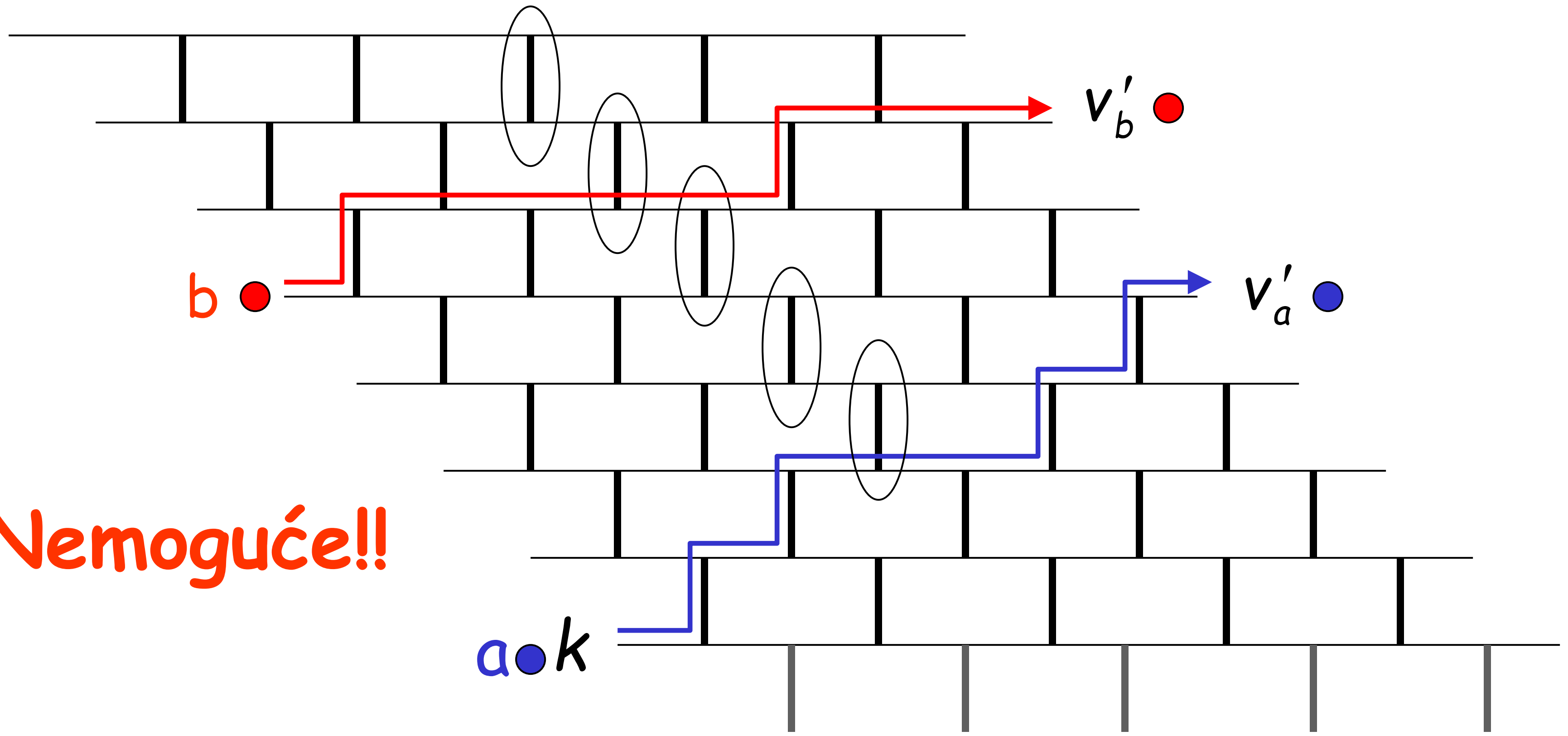
$$t^{a}_{exit} < t^{b}_{entry} \qquad v'_a > v'_b$$



pod-slučaj:

token **a** izlazi na južnoj žici nekog balansera

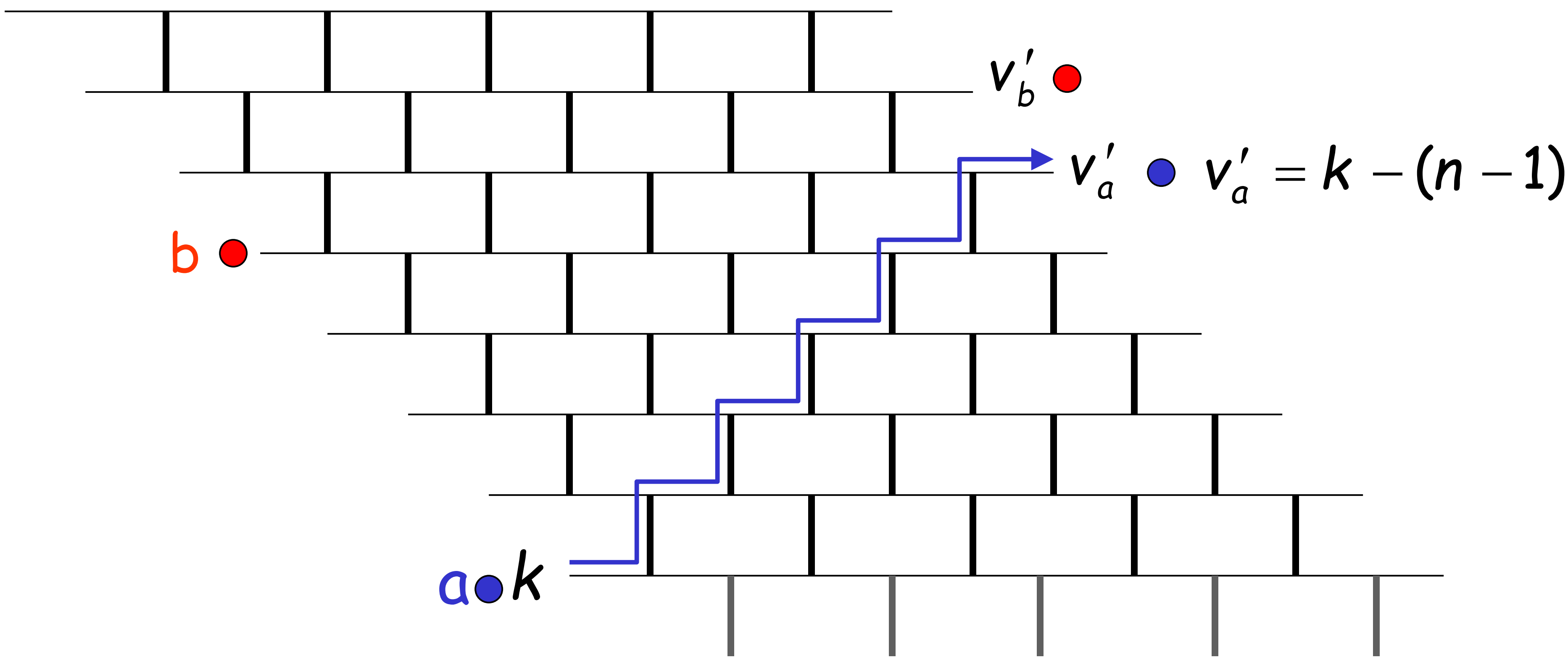
$$t_{exit}^{a} < t_{entry}^{b} \qquad v_a' > v_b'$$



Nemoguće!!

Pošto bi svi ovi balanseri morali biti iskorišćeni od tokena koji su ušli pre nego je token a izašao

$$t^{a}_{exit} < t^{b}_{entry} \qquad v'_a > v'_b$$



Token a mora izaći sa
severne žice svakog balansera

Tvrdnja:

Bar $v_a' = k - (n-1)$ tokena mora preći kombinovanu mrežu pre nego je token a ušao u kosu mrežu

(različiti od a)

Ukupno tokena kad token a dobije svoju vrednost v_a od prve mreže za brojanje

$$x = x_1 + x_2$$

Tokeni u kombinovanoj mreži

Tokeni već izašli iz kombinovane mreže

$$x \geq k$$

važi jer inače mreža za brojanje ne bi brojala

$$x_1 \leq n - 1$$

važi jer postoji najviše n-1 procesa (isključujući a)

$$x = x_1 + x_2 \Rightarrow$$

$$x_2 = x - x_1 \geq k - (n - 1)$$

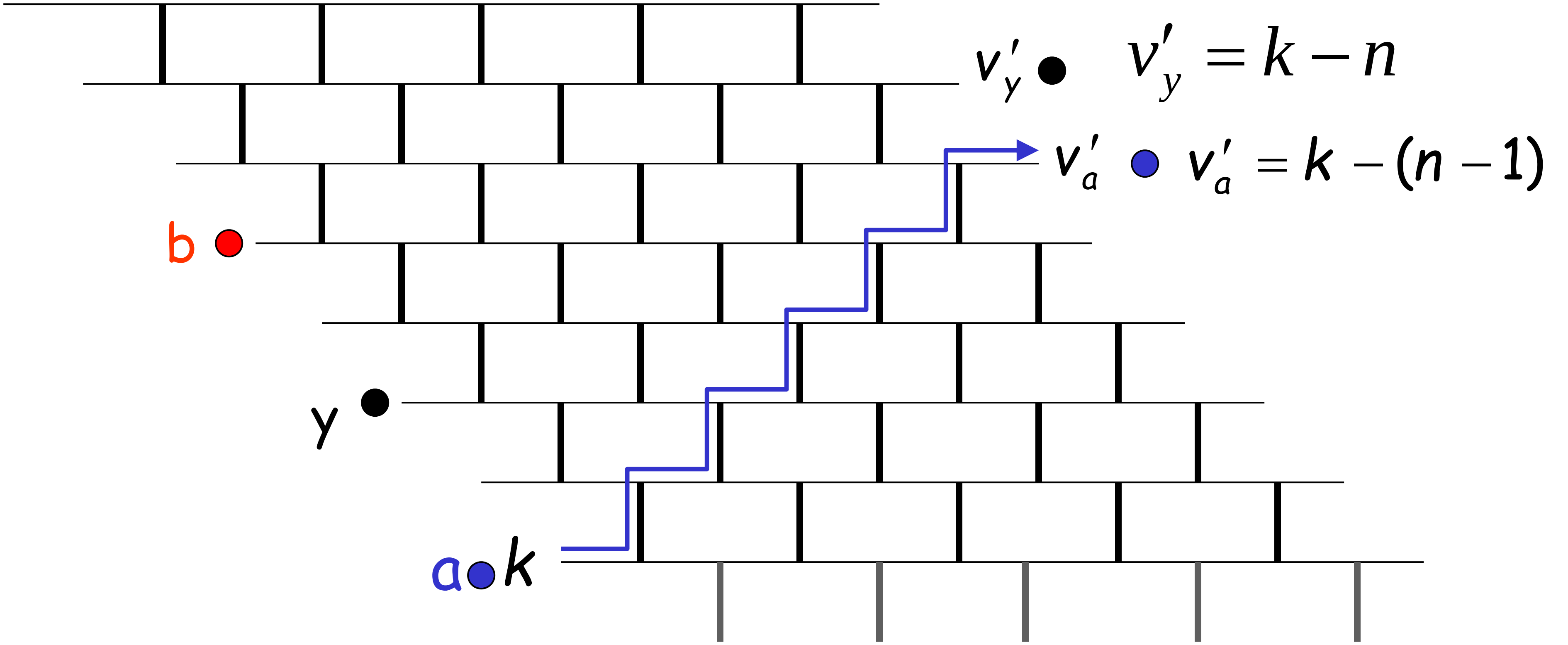
Mora biti da je bar $k-(n-1)$ tokena (iz skupa x_2) primilo vrednosti, od prve mreže za brojanje, koje su manje od k

Ovo važi, jer inače kada bi zaustavili izvršenje sa tokenom a prva mreža za brojanje ne bi dala sve vrednosti između 1 i k

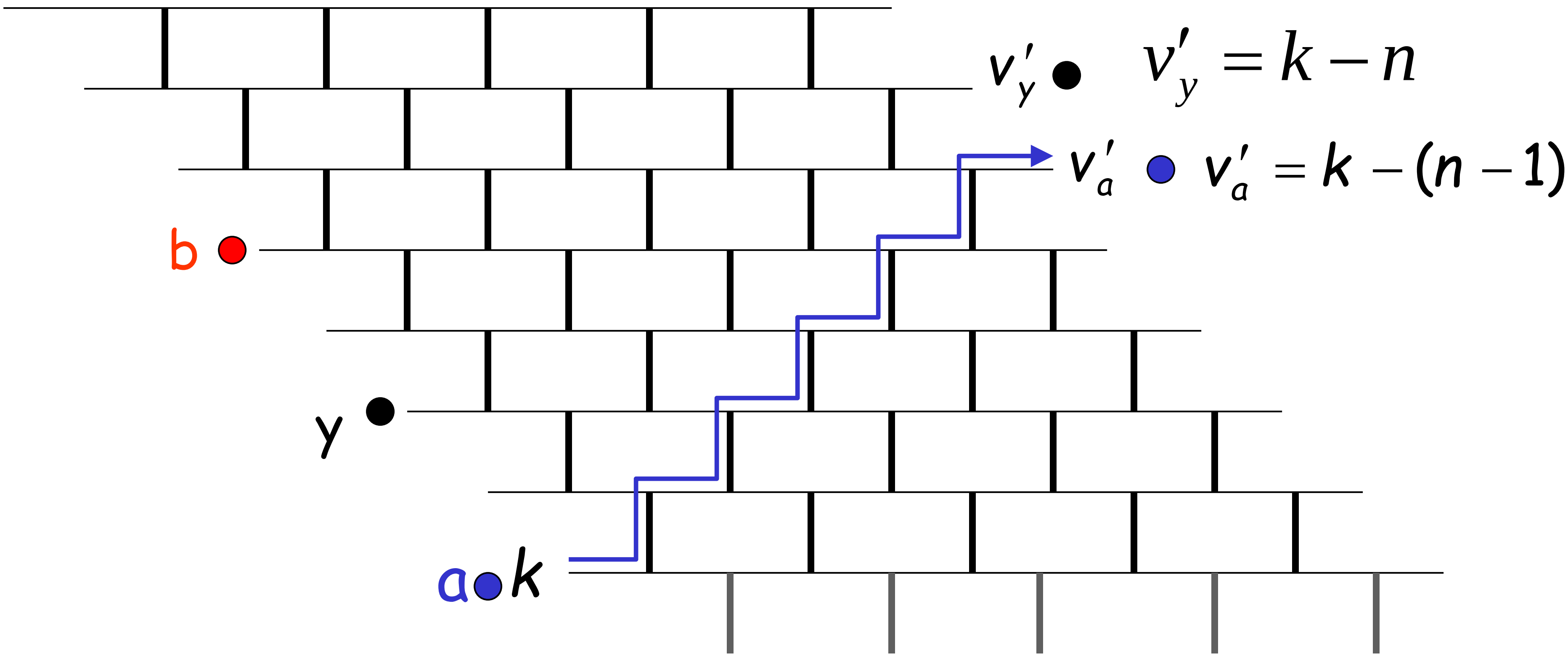
Zato, postoji bar

jedan takav token (na primer token y)

za koji je: $v'_y = k - n$



Pošto se, na osnovu indukcione hipoteze, mreža može linearizovati u prvih k-1 žica: $v'_y < v'_b$ (b ulazi posle y)



Sledi da je: $v'_y < v'_b$ i $v'_a > v'_b$

Nemoguće!!!