

Postavka 4: Donja granica za asinhroni LE u prstenima

DISTRIBUIRANI ALGORITMI I SISTEMI

Iz kursa CSCE 668
Proleće 2014

Autor izvorne prezentacije:
Prof. Jennifer Welch

Donja granica za poruke za asinhrono LE algoritme

2

- $\Omega(n \log n)$ donja granica za bilo koji LE algoritam A koji
 - (1) radi u asinhronim prstenima

potreban uslov da bi važio ovaj rezultat
 - (2) je uniforman (ne koristi veličinu prstena)

potreban uslov za ovaj konkretan dokaz
 - (3) izabira najveći (max) id

bez gubitka opštosti
 - (4) garantuje da će svi saznati id pobednika

bez gubitka opštosti

Iskaz ključnog rezultata

3

- **Teorema (6.5):** Za svako n koje je stepen od 2 i svaki skup od n id-a, postoji prsten koji koristi te id-ove, i na kom bilo koji uniformni asinhroni LE algoritam ima raspored u kom se šalje barem $M(n)$ poruka, gde je
 - $M(2) = 1$ i
 - $M(n) = 2M(n/2) + (n/2 - 1)/2, n > 2.$
- Zašto ovo daje rezultat $\Omega(n \log n)$?
 - jer je $M(n) = \Theta(n \log n)$ (po Master teoremi, 2-gi slučaj)

Diskusija ovog iskaza

4

- stepen od 2: može se adaptirati za druge slučajeve
- „raspored“: sekvenca događaja (i samo događaja) izdvojena iz izvršenja, odbacivanjem konfiguracija
 - ▣ konfiguracija daje broj procesora
 - ▣ ali ćemo želiti da koristimo istu sekvencu događaja u prstenima različitih veličina
 - ▣ oslanja se na pretpost. o uniformnom algoritmu (veličina prstena je nepoznata)

Ideja o asinhronoj donjoj granici

5

- Donja granica za broj poruka, $M(n)$, je opisana sa ovom rekurencijom:
 - $M(n) = 2 M(n/2) + (n/2 - 1)/2$
- Dokazati granicu pomoću indukcije
- Ako se veličina prstena udvostručava u svakom koraku
 - tada je indukcija na eksponentu od 2
- Konstruisati skupo izvršenje na većem prstenu polazeći od dva skupa izvršenja na manjim prstenima ($2 * M(n/2)$) i onda izazivanje slanja oko $n/4$ dodatnih poruka

Otvoreni rasporedi

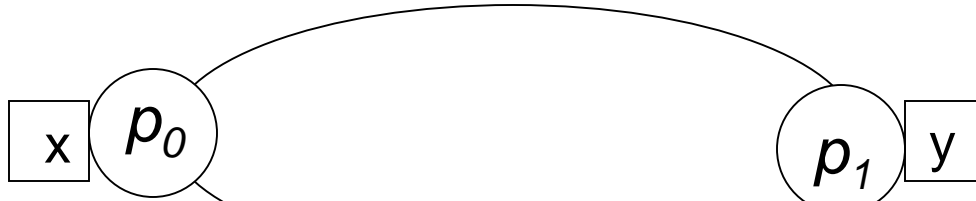
6

- Da bi napravili indukciju, skupa izvršenja moraju imati rasporede koji su „otvoreni”
- Definicija **otvorenog rasporeda**: Postoji neki luk po kom ni jedna poruka nije isporučena
- Luk po kom ni jedna poruka nije isporučena se naziva **otvoren luk**

Dokaz osnovnog slučaja

7

- Pretpostavimo $n = 2$

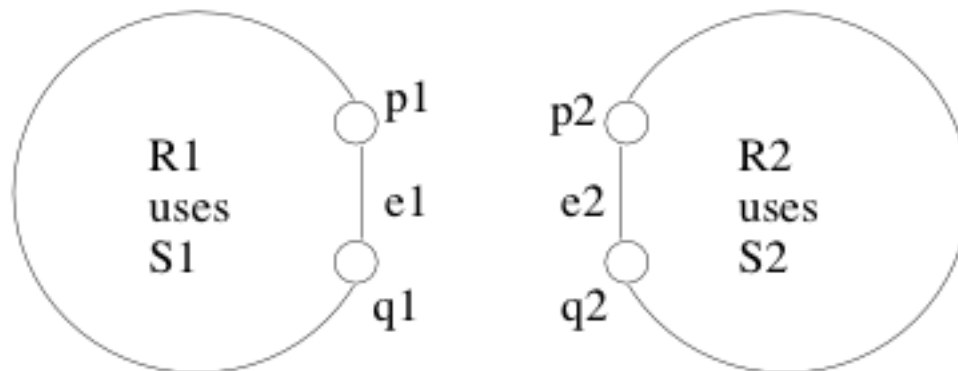


- Pretpost. $x > y$
- Onda p_0 pobeđuje i p_1 mora doznati da je id lidera x
- Zato p_0 mora poslati barem jednu poruku ka p_1
- Skratiti izvršenje neposredno nakon što je prva poruka poslata (pre nego je isporučena) da bi se dobio željeni otvoren raspored sa $M(2) = 1$ por.

Dokaz induktivnog koraka

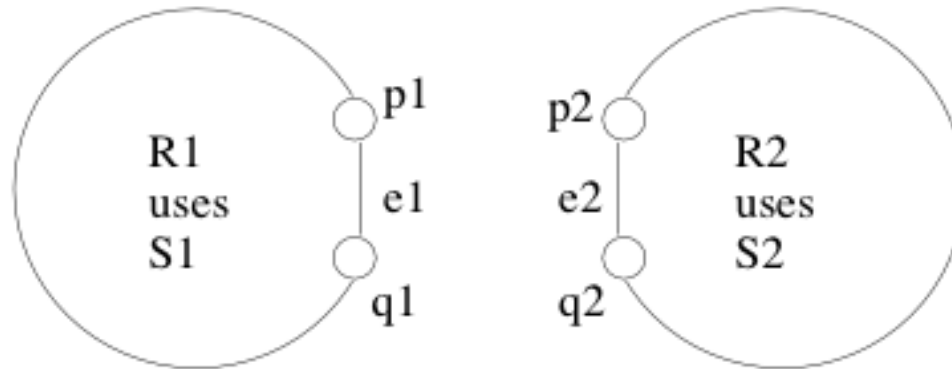
8

- Pretpostavimo $n \geq 4$
- Podelimo S (skup id-a) u 2 polovine, S_1 i S_2
- Po induktivnoj hipotezi, postoje 2 prstena, R_1 i R_2 :



Primena induktivne hipoteze

9

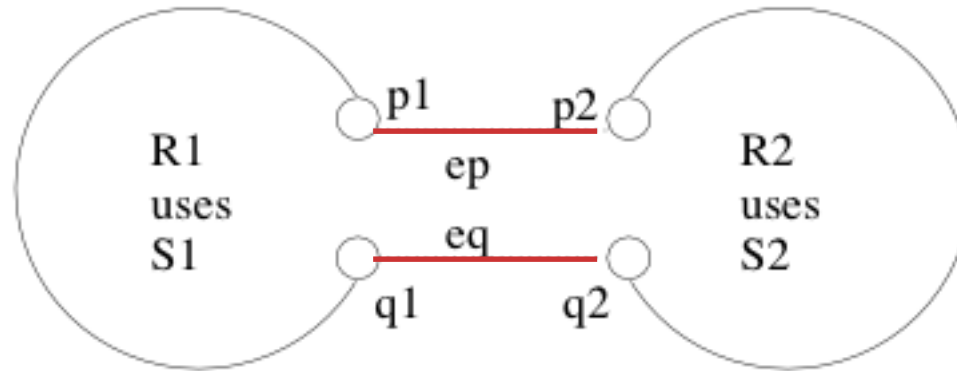


R_1 ima otvoren raspored α_1 u kom je poslato barem $M(n/2)$ poruka i $e_1 = (p_1, q_1)$ je otvoreni luk

R_2 ima otvoren raspored α_2 u kom je poslato barem $M(n/2)$ poruka i $e_2 = (p_2, q_2)$ je otvoren luk

Spajanje dva prstena

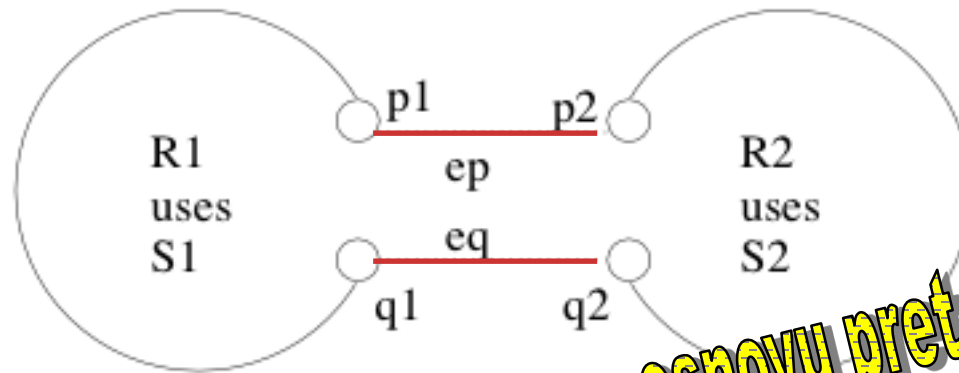
10



- Zalepiti R_1 i R_2 preko njihovih otvorenih lukova da bi se napravio veliki prsten R .
- Zatim, napraviti izvršenje za R sa $M(n)$ poruka...

Spajanje dva izvršenja

11



na osnovu pret. o uniformnosti

- Izvrši α_1 : proc. na levo ne vide razliku kada su u R_1 i kada su u R . Zato se ponašaju isto i šalju $M(n/2)$ por. u R
- Izvrši α_2 : proc. na desno ne vide razliku kada su u R_2 i kada su u R . Zato se ponašaju isto i šalju $M(n/2)$ por. u R

bez smetnji, jer su α_1 i α_2 otvoreni

Generisanje dodatnih poruka

12

- Sad imamo $2 * M(n/2)$ poruka
- Kako se dobija $(n/2 - 1)/2$ dodatnih poruka?
- **Slučaj 1:** Bez deblokiranja (isporuke poruka na) e_p ili e_q , postoji proširenje $\alpha_1 \alpha_2$ na R u kom se šalje $(n/2 - 1)/2$ dodatnih poruka
- Onda je to željeni otvoreni raspored

Generisanje dodatnih poruka

13

- **Slučaj 2:** Bez deblokiranja (isporuke poruka na) e_p ili e_q , svako izvršenje $\alpha_1 \alpha_2$ na R vodi do **mirnog stanja**:
 - ni jedan proc. neće slati sledeću poruku ukoliko ne primi neku poruku
 - nema poruka u tranzitu osim na e_p i e_q
- Neka je α_3 bilo koje proširenje $\alpha_1 \alpha_2$ koje vodi do mirnog stanja bez deblokiranja e_p ili e_q

Dobijanje $n/2$ dodatnih poruka

14

- Neka je α_4'' proširenje $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ koje vodi do završetka
- *Tvrdnja:* Barem $n/2$ poruka se šalje u α_4'' . Zašto?
 - ▣ Svaki od $n/2$ proc. u polovini R , koja ne sadrži lidera, mora primiti por. da bi doznao id lidera
 - ▣ Do α_4'' nije bilo nikakve komunikacije između dve polovine R (setimo se otvorenih lukova)

na osnovu pretpost. da svi dobijaju liderov id

Dobijanje otvorenog rasporeda

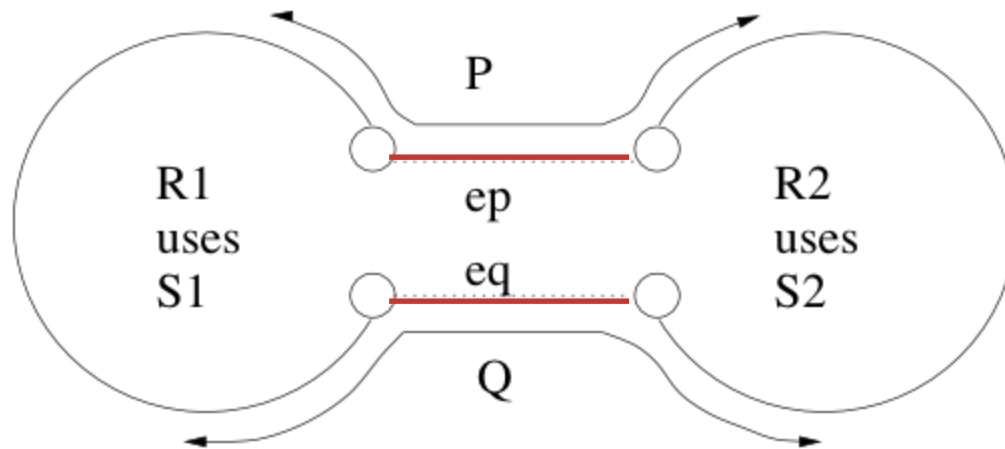
15

- Setimo se, hoćemo da iskoristimo ovaj prsten R i ova skupa izvršenja kao gradivne blokove za sledeći veći stepen od 2, u kom ćemo zalepiti 2 otvorena izvršenja
- Zato moramo naći skupo *otvoreno* izvršenje (sa barem jednim lukom preko kog ni jedna por. nije isporučena)
- $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4''$ ne mora biti otvoren
- Potrebno je još malo posla...

Dobijanje otvorenog rasporeda

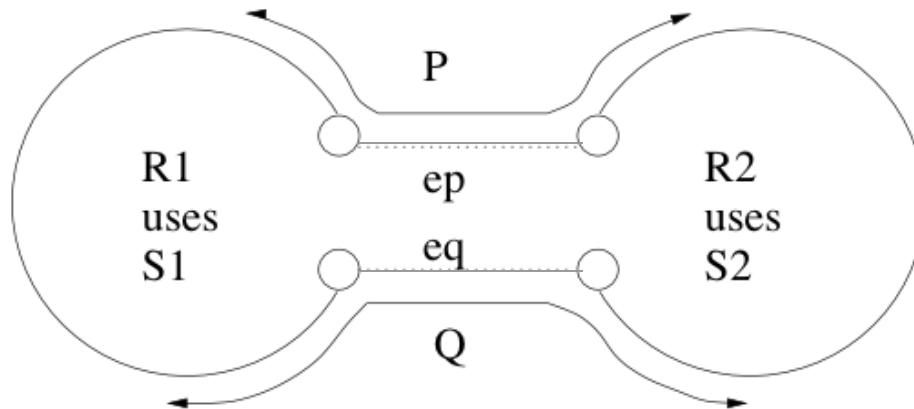
16

- Kako se isporučuju poruke po e_p i e_q u α_4'' , proc. „se bude“ iz mirnog stanja i šalju još poruka
- Skupovi probuđenih proc. (P i Q) se šire prema spolja oko e_p i e_q :



Dobijanje otvorenog rasporeda

17



- ❑ Neka je α_4' prefiks od α_4'' nakon slanja $n/2 - 1$ poruka
- ❑ P i Q se ne mogu sresti u α_4' , je se u α_4' šalje manje od $n/2$ por.
- ❑ Predpostavimo da većinu ovih poruka šalju procesori u P (barem $(n/2 - 1)/2$ poruka)
- ❑ Neka je α_4 deo sekvence α_4' koji se sastoji samo od događaja u koje su uključeni procesori u P

Dobijanje otvorenog rasporeda

18

- Prilikom izvršenja $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, proc. u P se ponašaju isto kao prilikom izvršenja $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4'$. Zašto?
- Jedina razlika između α_4 i α_4' je da u α_4 nema događaja u kojim učestvuju proc. u Q
- Ali pošto u α_4 nema komunikacije između proc. u P i proc. u Q , proc. u P ne vide razliku

pretpost. o asinhronizmu

Zakruživanje

19

- Razmotrimo raspored $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$
- Tokom α_1 , šalje se $M(n/2)$ por., ni jedna nije isporučena preko e_p ili e_q
- Tokom α_2 , šalje se $M(n/2)$ por., ni jedna nije isporučena preko e_p ili e_q
- Tokom α_3 , isporučene su sve por. osim onih preko e_p ili e_q ; moguće je slanje još nekih por.
- Tokom α_4 , šalje se $(n/2 - 1)/2$ por., ni jedna nije isporučena preko e_q (zašto??)
- Ovo je naš željeni raspored za indukciju!